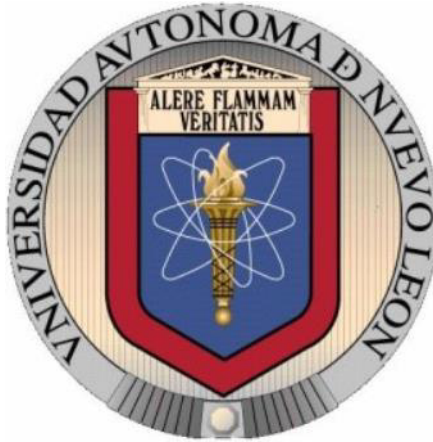


**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA**



**T E S I S**

**“ESTUDIO DE DEFORMACIONES ELÁSTICAS EN UN MOLINO DE  
LAMINACIÓN EN FRÍO TÁNDEM”**

**P R E S E N T A**

**M.C. MARIO ALBERTO BELLO GÓMEZ**

**EN OPCIÓN AL GRADO DE DOCTOR EN INGENIERÍA DE  
MATERIALES**

**DICIEMBRE, 2015**

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN  
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA  
SUBDIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO**



**TESIS**

**“ESTUDIO DE DEFORMACIONES ELÁSTICAS EN UN MOLINO DE  
LAMINACIÓN EN FRÍO TÁNDEM”**

**P R E S E N T A**

**M.C. MARIO ALBERTO BELLO GÓMEZ**

**EN OPCIÓN AL GRADO DE DOCTOR EN INGENIERÍA DE  
MATERIALES**

**SAN NICOLÁS DE LOS GARZA, NUEVO LEÓN,**

**DICIEMBRE 2015**

## UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

### FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

#### SUBDIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSTGRADO

Los miembros del comité de tesis, recomendamos que la tesis "Estudio de deformaciones elásticas en un molino de laminación en frío tandem" realizada por el **MC. Mario Alberto Bello Gómez**, con el número de matrícula 1251849, sea aceptada para su defensa como opción al grado de Doctor en Ingeniería de Materiales.

El Comité de Tesis



Dra. Martha Patricia Guerrero Mata  
Asesor



Dr. Luis Adolfo Leduc Lezama  
Revisor



Dra. Tania Paloma Berber Solano  
Revisor

Dr. Héctor Rafael Siller Carrillo  
Revisor

Dr. Jorge Ramírez Cuellar  
Revisor

Dr. Simón Martínez Martínez  
Subdirector de Estudios de Posgrado

Ciudad Universitaria, San Nicolás de los Garza, N. L., a Diciembre del 2015.

# DEDICATORIA

A Ceci, Armando y Roberto

Por su apoyo incondicional durante todo este proceso, los quiero

# **AGRADECIMIENTOS**

Al CONACYT por su apoyo económico brindado durante el desarrollo de este proyecto.

A la Universidad Autónoma de Nuevo León por apoyo brindado durante mis estudios de Doctorado, por ayudarme a desarrollarme profesional y académicamente durante todo este tiempo.

A Ternium México por todas las facilidades dadas para el desarrollo de este proyecto.

A mi asesora la Dra. Martha Patricia Guerrero Mata por todo su apoyo, paciencia y consejos dados durante este tiempo.

Al Dr. Luis Adolfo Leduc Lezama por todo su tiempo y dedicación en todo el proceso de este proyecto.

A la Dra. Tania Paloma Berber Solano por la ayuda y tiempo dedicado durante la escritura y desarrollo de esta tesis.

Al Dr. Hector Rafael Siller Carrillo por el apoyo y consejos brindados durante mis estudios de posgrado.

Al Dr. Jorge Ramirez Cuellar por la ayuda y tiempo para poder realizar y terminar este proyecto.

A la Dra. Adriana Salas Zamarripa y al Dr. Omar Garcia, por toda su ayuda, consejos y animos dados.

Al Dr. Oscar Jesús Zapata, por todos los conocimientos y apoyos dados desde el principio de este proyecto.

# Contenido

1. Introducción .....	9
1.1 Antecedentes.....	9
1.2 Hipótesis.....	10
1.3 Objetivos.....	10
2. Proceso de laminación.....	12
2.1 Introducción .....	12
2.2 Laminación .....	12
2.2.1 Tipos de molinos .....	14
2.2.1.1 Molinos convencionales 4 high.....	17
2.2.2 Laminación en caliente.....	18
2.2.3 Laminación en frio .....	20
2.3 Problemas y defectos en los productos de laminación.....	23
2.3.1 Planeza .....	28
2.3.1.1 Tipos de defectos de planeza.....	32
3. Método de elementos finito.....	33
3.1 Introducción .....	33
3.2 Diferencias finitas .....	34
3.3 Elemento Finito.....	34
3.3.1 Elemento estructural y sistema. ....	35
3.3.2 Ensamble y análisis de una estructura.....	38
3.3.3 Esfuerzos y equilibrio .....	41
3.3.4 Condiciones de frontera .....	43
3.3.5 Contacto y fricción.....	45
3.3.6 Problemas tridimensionales de análisis de esfuerzos .....	45
3.3.7 Preparación de malla.....	47
3.3.7.1 Elementos compuestos por ocho nodos.....	48
3.4 Modelación de láminas de metal. ....	49
3.4.1 Anisotropía plástica. ....	50
3.5 Desafíos y ventajas en el diseño y simulación de procesos y materiales.....	53

3.6 Beneficios del modelado y la simulación .....	54
3.7 Simulación por elemento finito en formado de láminas .....	54
3.8 Solución de Algoritmos Explícitos e Implícitos.....	55
3.9 Time-steps e incrementos .....	56
3.10 Aplicación del Método de Elemento Finito en el proceso de laminación	56
3.10.1 Aplicación del Método de Elemento Finito en la forma de la lámina	57
4. Metodología de cálculo .....	58
4.1 Estructura de modelos.....	58
4.2 Datos y experiencia en planta .....	59
4.3 Modelación .....	60
4.3.1 Modelación estática inicial .....	61
4.3.2 Modelo dinámico .....	64
4.3.2.1 Comparación de diferentes casos para simular la rotación del rodillo de trabajo en el modelo dinámico.....	67
4.3.2.1.1 Rodillo de trabajo rígido analítico .....	67
4.3.2.1.2 Rodillo de trabajo girado por una placa circular .....	68
4.3.2.1.3 Rodillo de trabajo girado por un tubo a través del rodillo de trabajo .....	68
4.3.2.1.4 Rodillo de trabajo rotado por un tubo en el cuello del rodillo de trabajo .....	69
4.3.2.1.1 Modelado de la lámina en el modelo dinámico.....	71
4.3.2.1.2 Cuarto castillo, utilizando el modelo del Rodillo de Trabajo rotado por el tubo a través del cuello.....	72
4.3.3 Simplificación estática .....	73
4.3.3.1 Aplicación del modelo estático a diferentes productos de laminación .....	78
5. Resultados .....	80
5.1 Modelo estático inicial.....	80
5.2 Modelo dinámico.....	82
5.3 Simplificación modelo estático.....	86
6. Discusión .....	92
7. Conclusiones .....	100

7.1 Modelo Estático .....	100
7.2 Modelo Dinámico .....	100
7.3 Modelo de simplificación estática .....	101
Bibliografía .....	103



# 1. Introducción

---

## 1.1 Antecedentes

El acero y su procesamiento han sido una parte importante en el desarrollo de la humanidad. Este material ha ido evolucionando a lo largo del tiempo, de acuerdo a los usos que se le han dado. Debido a que se trata de un material muy versátil, es utilizado por diferentes tipos de industrias. Es por eso que en la actualidad el acero juega un papel muy importante en el ambiente industrial. Además de ser un material altamente reciclable.

La composición del acero está basada en dos elementos principales: el hierro y el carbono. Aunque hay otros elementos que intervienen en su fabricación y procesamiento. Estos pueden ser incluidos por distintos métodos (por precipitados, solución sólida o durante la fundición).

Existen diferentes procesos realizados al acero, cada uno dependiendo del uso al que este destinado. Uno de los procesos más importantes es el de laminación. Del proceso de laminación existen dos variables: la laminación en caliente y la laminación en frío. En donde, para que se dé el proceso de laminación en frío se debe de realizar con anterioridad la laminación en caliente.

El acero laminado en frío posee un acabado superficial de mayor calidad que el acero solo laminado en caliente. Otra diferencia entre los dos productos es el

espesor resultante, la lámina solo laminada en caliente tiene un espesor mayor que una laminada en frío.

En ambos casos, la forma obtenida de la lámina juega un papel importante. Ya que esto puede ser motivo de rechazo por parte del cliente, debido a no cumplir con los requerimientos establecidos. Por lo que la planeza de la lámina juega un papel importante en el proceso y debe ser medida a lo largo del mismo.

Los defectos de planeza pueden ser obtenidos conociendo el perfil, el que producirá una forma en la lámina. Por lo que basándose en esta suposición, se considera generar un modelo numérico que reproduzca el proceso de laminación y así mismo la forma de la lámina a obtenida durante el proceso.

El modelo numérico se basa en la técnica del Método de Elemento Finito (MEF) Empleada a través del software de simulación ABAQUS, el que será capaz de relacionar las variables involucradas en el proceso con la planeza resultante del proceso de laminación en frío.

## **1.2 Hipótesis**

Se busca demostrar que con ayuda del MEF se puede reproducir el proceso de laminación en frío y así mismo obtener los valores con los que no se producen defectos de planeza en la lámina.

## **1.3 Objetivos**

- Obtener una base de datos del proceso en la planta. Seleccionando los cinco grupos más representativos de la producción.
- Basándose en los datos obtenidos en la base de datos crear un modelo estático del proceso. En el que intervienen datos como fuerza, longitud de arco y simetría del modelo.

- Con base al modelo estático, crear un modelo dinámico en el que se replique el proceso con variables como velocidad, posición de la lámina y giro de los rodillos.
- Crear una simplificación del modelo dinámico capaz de replicar el proceso de laminación en frío, con un mínimo de tiempo computacional.
- Expandir los modelos estáticos y dinámicos a los cuatro castillos que forman el molino tándem.

## **2. Proceso de laminación**

---

### **2.1 Introducción**

El proceso de laminación es conocido como la deformación plástica producida en un material al pasar entre dos rodillos. Este es uno de los procesos en metales más usados debido a su alta producción y control del producto final. Como se mencionó anteriormente el metal es deformado entre rodillos, siendo sujeto a grandes esfuerzos de compresión, por la acción de los rodillos y los esfuerzos de corte en la superficie como resultado de la fricción entre los rodillos y el metal [1].

### **2.2 Laminación**

El objetivo mecánico de la laminación es simple, este es el reducir el espesor de la pieza de trabajo, de un espesor inicial a un espesor final predeterminado. Este proceso como se mencionó se lleva a cabo con dos rodillos, los cuales giran en direcciones opuestas. En la siguiente Figura 2.1 se muestra un diagrama esquemático de los rodillos y la lámina en un molino 4 High [2].

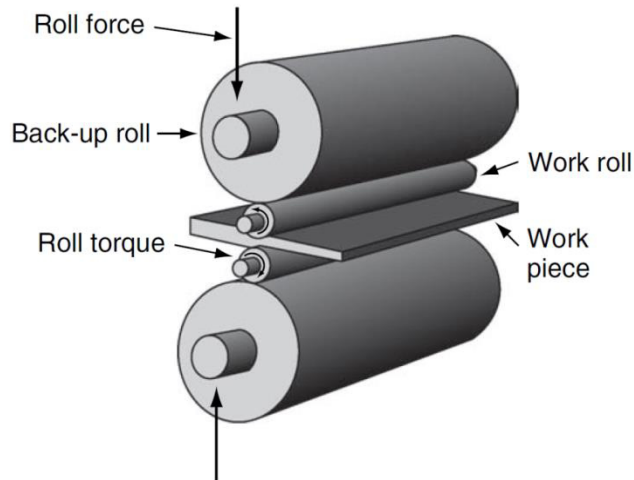


Figura 2.1 Diagrama esquemático mostrando la interacción de los rodillos y la lámina [2].

La laminación es usada para convertir productos primarios en productos más elaborados los cuales son clasificados de acuerdo al tamaño de su sección transversal y su forma. La generación de planchones y palanquillas a partir de lingotes se hace generalmente por la laminación en caliente. La laminación en frío produce hojas y tiras con un buen acabado superficial, además de incrementar la fuerza mecánica, al mismo tiempo que se mantiene control sobre las dimensiones del producto [1, 3].

Los lingotes son los usualmente los productos primarios con los que se alimentan los molinos de laminación, de estos se obtienen los planchones los que son adquiridos del primer desglose de estos, generalmente este tiene un espesor y un área de sección transversal mayor a los  $230 \text{ cm}^2$ . Otra reducción mediante laminación en caliente da una palanquilla, estas pueden tener una sección transversal rectangular o circular. Una plancha se refiere a un lingote con un área de sección transversal mayor a  $100 \text{ cm}^2$ . Y con un ancho que es al menos el doble del espesor [1, 3].

Los planchones, las palanquillas y las planchas son conocidos como productos semifinales porque están formados como productos de molino. Estos también

pueden ser procesados en formas transversales más complejas como barras y varillas que son procesadas más tarde para generar vigas I o vías de tren. La diferencia entre una placa y una lámina está determinada por el espesor del producto. En general una placa tiene un espesor mayor a 6 mm. La lámina se refiere a productos de laminación que tienen espesores menores a 6mm [1, 3].

El objetivo principal de la laminación en caliente o frío es decrecer el espesor del metal. Ordinariamente la disminución del espesor provoca un incremento en la longitud y menor medida un incremento en el ancho [1].

### **2.2.1 Tipos de molinos**

Los molinos de laminación consisten básicamente en: rodillos, cojinetes, un compartimento que contenga estas partes y una unidad para aplicar energía a los rodillos y controlar su velocidad. Las fuerzas involucradas en la laminación pueden alcanzar fácilmente varios MegaNewtons (MN) [1].

En la actualidad existe una gran variedad de molinos utilizados en el periodo de laminación. Estos son clasificados de acuerdo al número rodillos y bastidores que los componen que los componen. El tipo más simple y común es el de dos rodillos (dúo), en el cual dos rodillos de mismo tamaño son rotados en una misma dirección. Otro tipo es el molino de dos rodillos reversibles, en el que el material puede pasar hacia atrás o hacia adelante dependiendo de la dirección de su rotación. El molino de tres rodillos (trío), consiste en dos rodillos uno arriba, uno abajo y uno en medio en el cual solo son motrices los rodillos superior e inferior, el de en medio gira arrastrado por la pieza laminándose [1, 4].

El tipo más simple de molinos con estos rodillos es el de cuatro rodillos (four high). En este pueden ser laminadas hojas muy delgadas en unos rodillos de trabajo de diámetros muy pequeños. Los molinos tándem (cluster mills), son

aquellos en los que los rodillos de trabajo son soportados por rodillos más grandes, un ejemplo de estos es el molino Sendzimir [1, 4]. En la Figura 2.2 se muestran esquemas de diferentes molinos usados en laminación en frío.

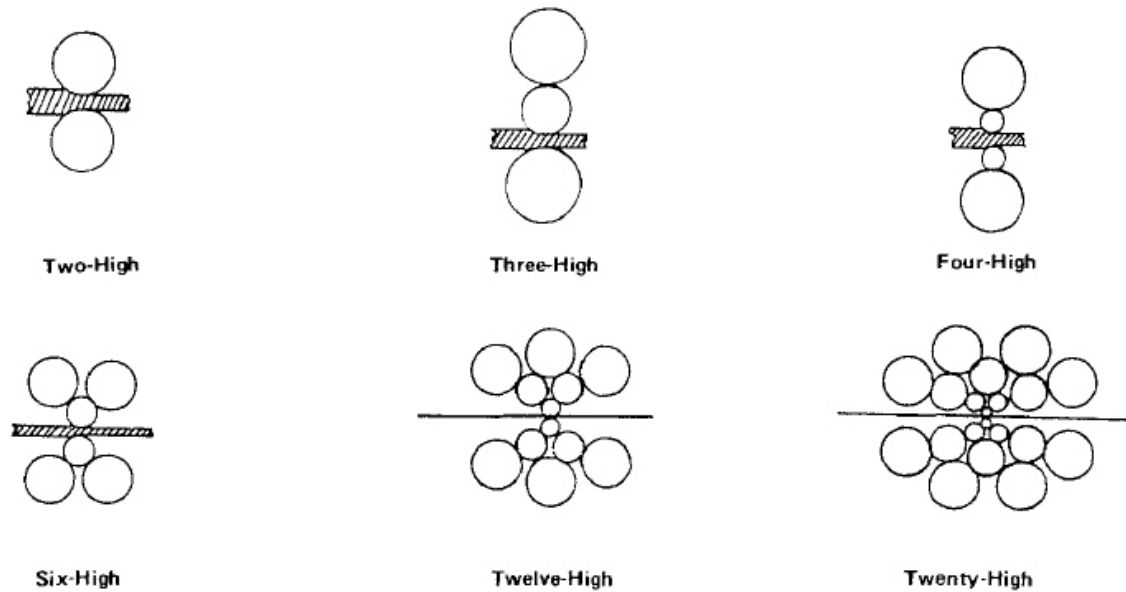


Figura 2.2 Arreglos típicos de rodillos en molinos de laminación [4].

Los molinos pueden ser clasificados de acuerdo a su función. De acuerdo a los productos que por ellos pasan, si el material que reciben viene del molino caliente o si es el mismo material y solo lo adelgazan. Debido a la demanda de láminas de acero con menor espesor y mayor ancho ha sido necesaria la creación de molinos capaces de cumplir estas necesidades [4].

Un ejemplo de variación en los molinos es usar rodillos de menor diámetro para disminuir la energía necesaria para la laminación. Los rodillos con menor diámetro son utilizados en productos delgados debido a la pequeña área de contacto entre la pieza y el rodillo. Ya que al usar rodillos con grandes diámetros para disminuciones pequeñas, resultarían grandes e indeseables fuerzas de laminación. Sin embargo, debido a que los rodillos de menor diámetro tienen menor resistencia y rigidez que los rodillos más grandes, deben ser soportados por rodillos de apoyo con mayor diámetro [1, 3].

Para producciones mayores es común instalar una serie de molinos uno tras otro en tándem. En el que cada uno es llamado stand o bastidor. En este una reducción diferente es tomada en cada stand, y el material se mueve a diferentes velocidades en cada parte del molino, por lo que es importante que tenga un equilibrio entre las velocidades y la cantidad de material procesado, para prevenir una acumulación entre los bastidores o un reventón. Ya que al irse reduciendo la sección transversal, la longitud incrementa. Por lo que los rodillos de cada bastidor subsecuente deben de girar más rápido que el anterior para pasar el equivalente de lámina procesada [1, 4, 3].

Lo molinos tándem, sin importar el número de bastidores, son similares en su arreglo. Los bastidores están tan cercanos como sea posible, además de ser básicamente idénticos en construcción. La estructura de los castillos de laminación debe ser fuerte, debido a que la fuerza de laminación para este tipo de castillos puede llegar hasta las 10 millones de libras [4]. La Figura 2.3 muestra un ejemplo de un molino tándem.

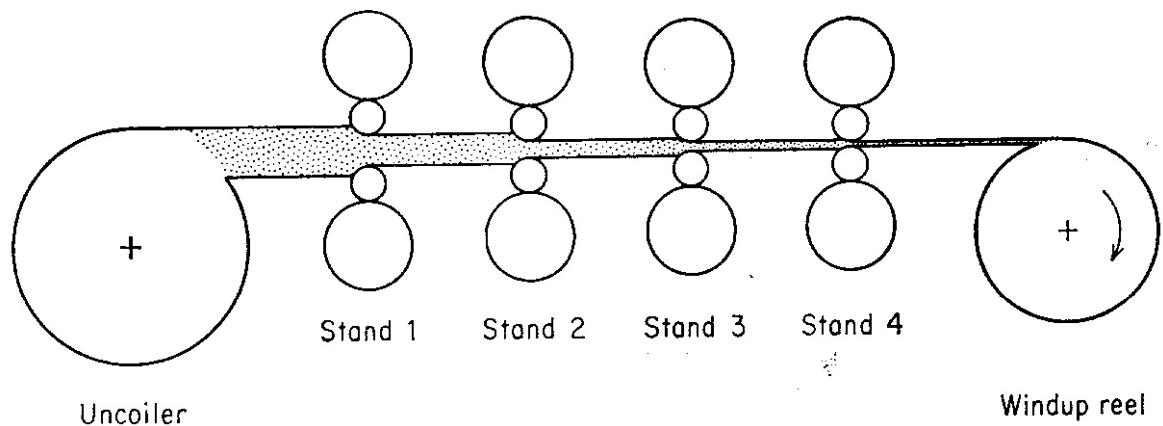


Figura 2.3 Dibujo esquemático de un molino continuo de cuatro stands [1].

Otro molino tipo clúster es el molino planetario (Figura 2.4). Este molino consiste en un par de rodillos de soporte rodeados por un gran número de



pequeños rodillos planetarios. En el que cada rodillo planetario da una reducción constante casi igual al momento que pasa sobre la plancha [1].

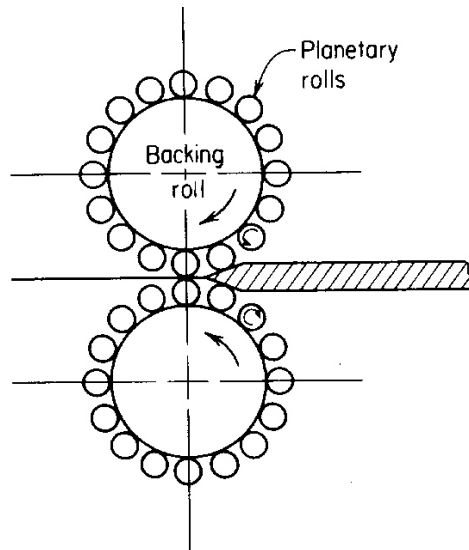


Figura 2.4 Molino planetario [1].

#### **2.2.1.1 Molinos convencionales 4 high**

Los molinos 4 high son de los molinos más populares utilizados en la laminación en frío. Estos como se mencionó anteriormente están compuestos por dos rodillos de apoyo y dos rodillos de trabajo (Figura 2.5), entre los que la lámina es deformada plásticamente. Se sabe que para obtener una rigidez deseada en un molino 4 high en la laminación del acero, los rodillos de apoyo deben ser aproximadamente cuadrados, esto quiere decir que los diámetros de los rodillos de apoyo deben ser al menos igual a la longitud de la cara del rodillo [4].



Figura 2.5 Esquema de un molino 4 high. Molino compuesto por dos rodillos de trabajo y dos rodillos de apoyo.

### 2.2.2 Laminación en caliente

Generalmente los productos laminados en caliente son categorizados por su tipo como: HSLA, Dual-phase, eléctricos, inoxidable, etc. Sin embargo a pesar de sus diferentes propiedades físicas y metalúrgicas (particularmente a temperaturas elevadas), pueden ser laminados en los mismos rodillos de laminación, ya que no sería económicamente factible tener un molino por cada acero a laminar. Aunque es necesario aplicar diferentes condiciones a diferentes productos [5].

Las propiedades metalúrgicas de un producto laminado en caliente son producidas como resultado de su procesamiento a través de cuatro fases principales del laminado en caliente y los molinos [6].

1. Horno de recalentamiento: existen dos tipos de recalentamiento de planchones usados en los molinos calientes, cargando los planchones fríos o calientes. Como se sabe durante el recalentamiento del planchón en cualquiera de los casos, la temperatura de mojado controla la disolución de elementos microaleantes y el tamaño inicial de grano [6].

2. Bastidores de laminación: durante el proceso de laminación en caliente se controla la evolución de la estructura del grano de austenita, el tamaño de grano, el inducimiento a la deformación de carbonitruros microaleantes en austenita. Actualmente en los molinos de laminación, las velocidades de laminación y deformación, combinadas con la práctica del recalentamiento de planchones, producen generalmente un grano fino de austenita. Estos molinos proveen una velocidad alta de laminación, dejando el tiempo suficiente para la precipitación [6].
3. Tabla de enfriamiento a la salida del Sistema: la mayoría de los molinos de laminación actualmente utilizan un sistema acelerado de enfriamiento. La aplicación de esta tecnología ayuda a mantener la estructura de austenita desarrollada en la salida del último bastidor mediante la limitación drástica del tiempo en el rango de temperatura de austenita. Posteriormente, la descomposición de la austenita puede ser controlada a que suceda después del enrollamiento [6].
4. Bobinadora: la velocidad del enrollamiento es muy lenta, y la descomposición de la austenita se da a bajo condiciones isotérmicas. Por lo tanto, para cualquier composición de acero, el tamaño de grano de la ferrita y el tamaño de la partícula de precipitación pueden ser afectadas controlando la temperatura de enrollado [6].

A temperaturas elevadas, los metales se debilitan y se hacen más dúctiles. Con una continua recrystalización, en donde se puede dar una deformación masiva sin agotar la plasticidad del material. En los aceros, los formados en caliente implican la deformación de una estructura débil de austenita en oposición a la ferrita que es fuerte a temperatura ambiente.

En la operación de laminado, la fricción entre los rodillos y la pieza trabajada es la fuerza de propulsión que dirige al material. Si la fuerza de fricción es insuficiente para deforma el material, el material permanece estacionario los

rodillos simplemente patinan sobre la superficie del material, sin obtener ninguna deformación [3].

La temperatura relacionada a la laminación son la temperatura de laminación o nominal del trabajo y la variación de la temperatura sobre la pieza trabajada. La temperatura final o la temperatura de la fase final de la laminación en caliente debe de ser controlada debido a que esta afecta el tamaño de grano y las propiedades finales del producto laminado. Si la temperatura final no se controla adecuadamente, se obtendrán granos y propiedades no uniformes en la lámina [3].

Debido al costo de los rodillos, el tamaño y a que se necesitan varios arreglos para llegar a cierto producto final, los productos laminados en caliente solo se encuentran disponibles en tamaños y formas estándares para los que existen demanda suficiente y así mismo permitir una producción económica [3].

### **2.2.3 Laminación en frío**

La laminación en frío es un proceso donde se deforma plásticamente una lámina de acero a temperatura ambiente, al contrario de una lámina producida en la laminación en caliente este proceso crea láminas con un acabado superficial superior y una mejor tolerancia dimensional. Además del acero a muchos metales no ferrosos se les da un acabado en laminación en frío. Las láminas que se obtienen de este proceso son usadas por distintos tipos de productos como: autos, piezas eléctricas y electrodomésticos. Sin embargo se sabe que la laminación de láminas delgadas es un reto en la práctica, ya que en el proceso interviene: el control dimensional de la lámina, la forma y perfil de lámina, la planeza y el acabado superficial. La mayoría de este tipo de productos es procesado en molinos tándem en donde los rodillos de trabajo tienen un aplastamiento. También es importante mencionar que conforme la

lámina es más delgada los problemas para obtener una forma satisfactoria incrementan [1, 4, 7, 8, 9, 10].

El proceso de laminación en frío tiene tres objetivos principales los cuales son: el reducir aún más el espesor de la lámina, incrementar la resistencia del material por medio del endurecimiento por deformación e incrementar la consistencia dimensional del producto [2].

Para la producción de láminas de acero, aluminio y aleaciones de cobre se utilizan molinos tándem 4 high de tres a cinco bastidores. Esto se debe a que este tipo de molinos han sido diseñados para proveer a la lámina tensión al frente y atrás. Un molino continuo tiene una gran capacidad y grandes resultados con costo bajo de trabajo. Aunque los molinos reversibles en su instalación y en los tipos de productos que se pueden procesar en él, no puede competir con el tonelaje de acero producido en el molino tándem [1].

La reducción que puede alcanzarse por la laminación en frío generalmente varía entre el 50 y 90 por ciento. Por lo general el porcentaje de reducción es tomado en el paso para permitir un mejor control de planeza, calibre y acabado superficial. Un procedimiento racional para optimizar los tiempos de laminación es ajustar la reducción en cada pase así para producir una fuerza constante de laminación [1].

La eliminación del límite de fluencia de una hoja de acero recocido es un problema práctico importante desde la existencia del resultado de elongación del límite de fluencia en una deformación no homogénea durante el formado. Esto se logra dando al material deformaciones pequeñas en los molinos templadores, además de que estos mejoran el acabado superficial y planeza. Existen otros métodos para incrementar la planeza de las hojas laminadas como lo son los rodillos niveladores y el tenso-nivelador [1].

En la salida del molino es común encontrar los medidores de planeza, estos se encuentran entre el molino y el enrollador, la ubicación del medidor se planea se ilustra en la Figura 2.6 [11].

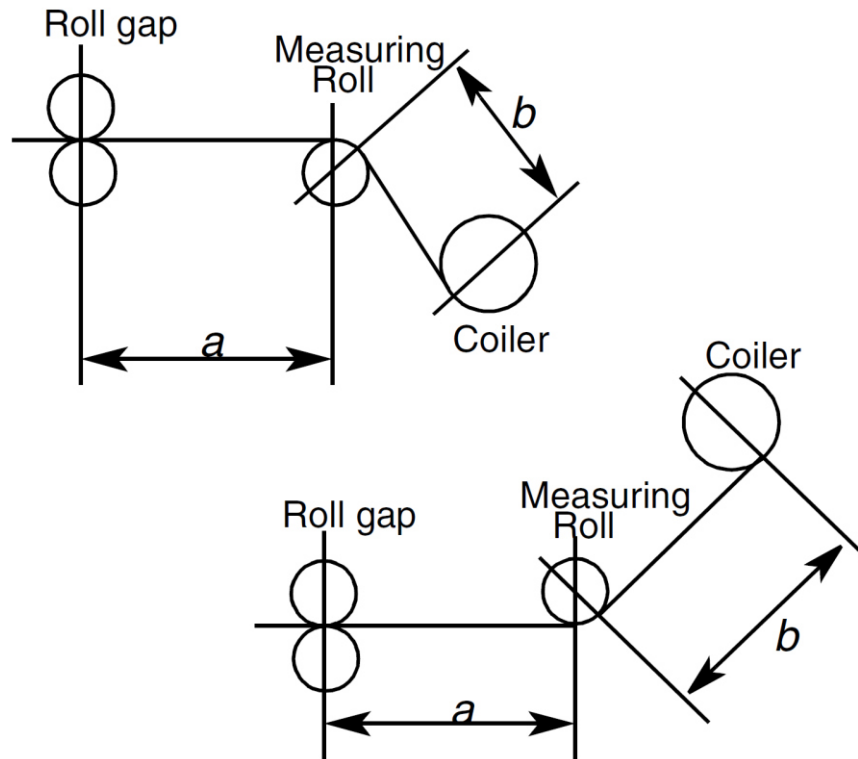


Figura 2.6. Localización del medidor de planeza [11].

A continuación se da una breve explicación del mecanismo del medidor de planeza. El rollo de medición está hecho de acero, con cuatro surcos axiales, en donde se encuentran los transductores. El rodillo está dividido en zonas de medición de 26 y/o 52 mm, cada una con cuatro transductores (Figura 2.7) [11].

Los transductores están cubiertos por anillos de acero para su protección. Estos anillos son duros y resistentes al desgaste, sin embargo son lo suficientemente elásticos para transmitir la fuerza de la lámina a los transductores [11].

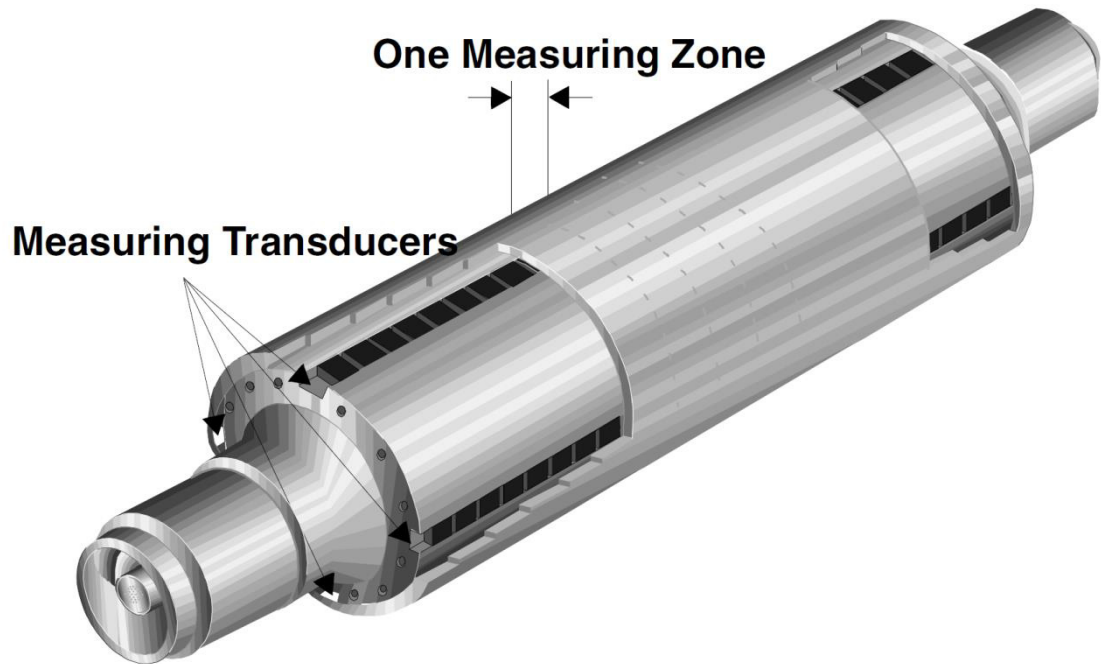


Figura 2.7. Composición del rodillo medidor de planeza [11].

### 2.3 Problemas y defectos en los productos de laminación

Los cambios en la forma de la lámina pueden resultar en interrupciones del proceso que pueden incrementar los defectos y la calidad de las piezas laminadas, lo que puede llegar a provocar en un rechazo de la lámina. Es por eso que el obtener una buena geometría de la lámina es una prioridad para la laminación en frío y las operaciones de acabado [12].

Los defectos de la lámina se pueden crear durante estas etapas o pasos del proceso:

- 1.- En la mordida entre los rodillos durante la laminación.
- 2.- En las operaciones de enrollado y desenrollado de la lámina.
- 3.- Durante el calentamiento o enfriamiento, particularmente en los productos enrollados [12].

Los defectos de forma son un resultado de la variación de la deformación plástica a través del ancho de la lámina y/o el espesor, lo que produce variaciones de esfuerzos dentro de la lámina. Un defecto en la forma puede ocurrir cuando un esfuerzo inherente supera el nivel crítico permitido. La extensión total de la forma no será visible hasta que la lámina no se encuentre bajo la influencia de ninguna fuerza [12].

Hay una gran variedad de problemas en la laminación, debido a defectos específicos los cuales pueden surgir dependiendo de la interacción de la deformación plástica en la pieza de trabajo con la deformación de los rodillos y el molino de deformación. Bajo la influencia de las grandes fuerzas de laminación los rodillos se aplanan o se doblan, y todo el molino es elásticamente distorsionado [1].

Los defectos de forma pueden ser clasificados en defectos de planeza y defectos de rectitud, como se muestra en la Figura 2.8 [12].

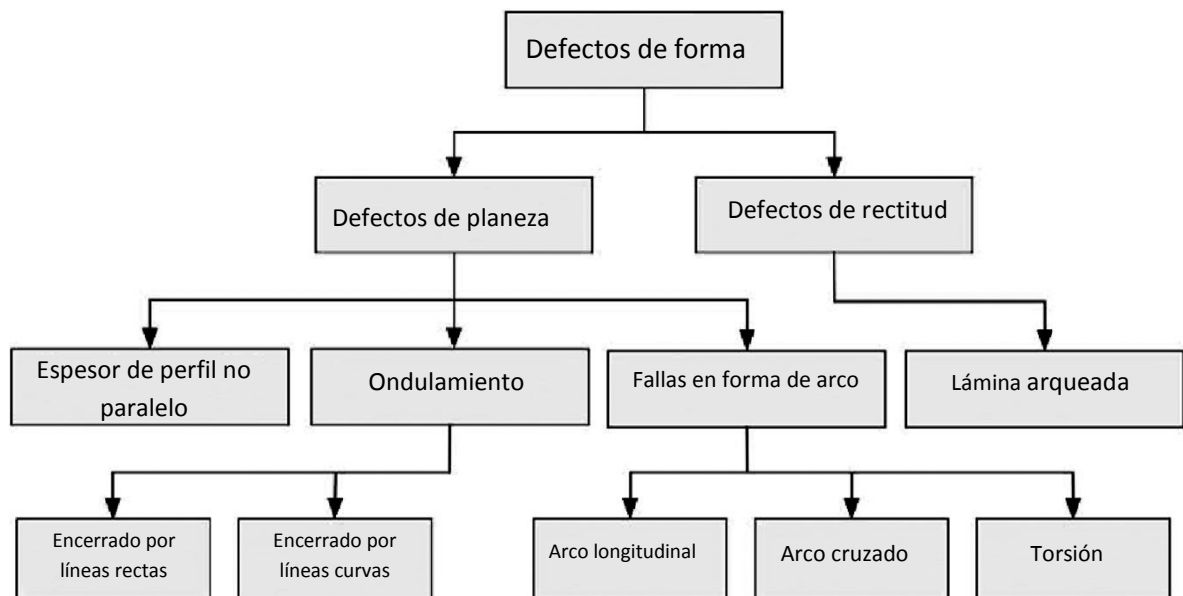


Figura 2.8. Clasificación de defectos de forma [12].



Hay dos aspectos importantes para los problemas de la forma en la lámina. El primero es el espesor uniforme sobre el ancho y el largo de la longitud. Esta propiedad de la lámina puede ser medida exactamente, y está sujeto a precisar el control con sistemas automáticos de calibre. La segunda propiedad importante de una lámina es la planeza. Esta es difícil de medir exactamente, particularmente difícil son las medidas durante el proceso durante el movimiento de la lámina a través de un molino continuo a alta velocidad. El proceso de laminado es muy sensitivo a la planeza. Una diferencia en elongación de una parte en 10,000 entre diferentes ubicaciones en la hoja puede dar un incremento de las ondas en una hoja de bajo calibre [1].

El aplanamiento elástico de los rodillos resulta en una condición donde los rodillos eventualmente se deforman más fácilmente que la pieza de trabajo al incrementar la presión de los rodillos. Por lo que con un material dado y ciertas condiciones de laminación, existirá un espesor mínimo que por debajo del cual no se podrá reducir. Un análisis más completo del problema muestra que el espesor limitante es proporcional al coeficiente de fricción, el radio del rodillo, el flujo de esfuerzos de la pieza de trabajo y es inversamente proporcional al módulo de elasticidad de los rodillos. En láminas con calibre limitado se pueden esperar problemas, en especial cuando el espesor de la hoja es por debajo de  $1/400$  a  $1/600$  del diámetro del rodillo [1].

La Figura 2.9 muestra cómo se desarrollan las ondas. Si el rodillo se desvía, las esquinas de la hoja se alargaran a gran tamaño en una dirección longitudinal del centro. Por lo que tendrá esquinas largas. Si las esquinas son libres de moverse del centro, se tendrán situaciones como en la siguiente figura. Sin embargo, la hoja se mantiene en un cuerpo continuo y la deformación se reajusta para mantener la continuidad. Por resultado se da que la porción central de la hoja es estirada en tensión y las esquinas son comprimidas en dirección del laminado [1].

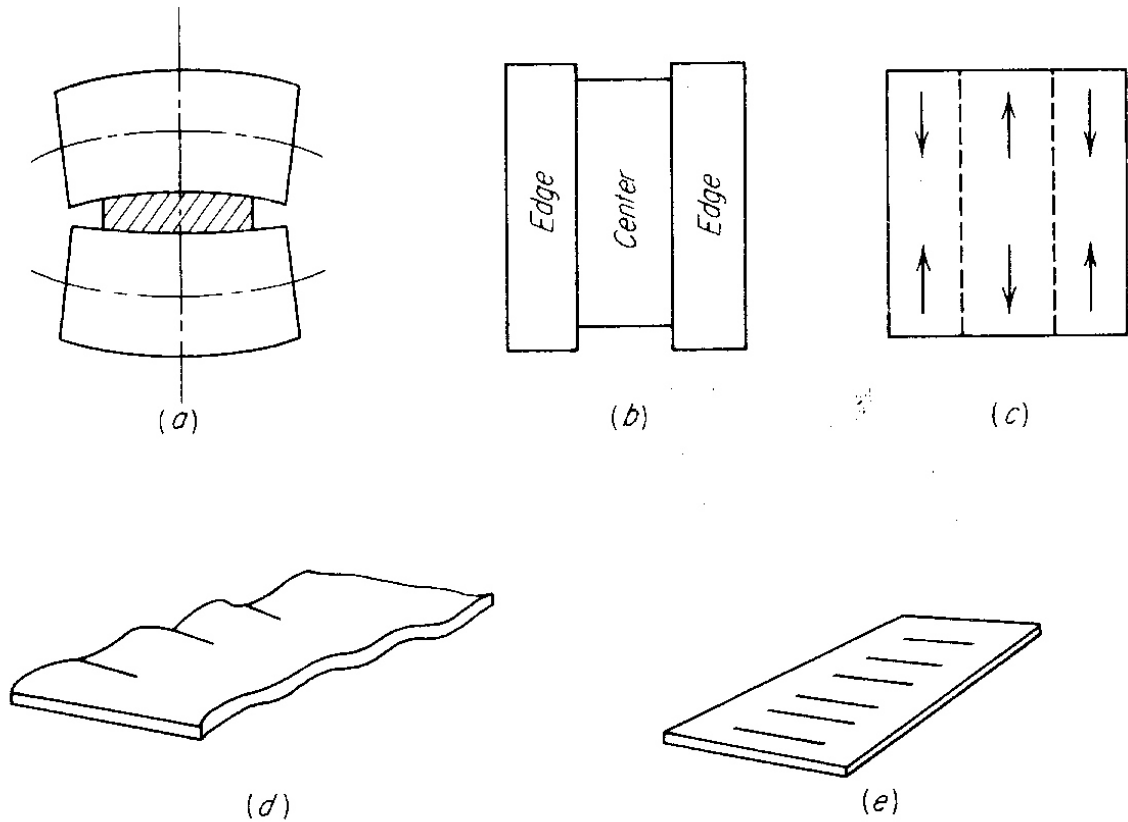


Figura 2.9. Procesamiento de alargamiento de esquinas.

Los problemas con la forma y la planeza se deben a heterogeneidades en la deformación en a lo ancho de la hoja. También pueden presentarse deformaciones no homogéneas por problemas con el enfriamiento [1].

Debido a que el espesor decrece en el centro de la hoja la longitud incrementa, mientras una parte del espesor disminuye en las esquinas en las esquinas se difunde lateralmente, la hoja puede desarrollar un pequeño redondeo al final. Debido a la continuidad entre las esquinas y el centro, las esquinas de las hojas son sometidas a tensión, una condición que permite el agrietamiento de las esquinas. Bajo severas condiciones la deformación puede ocurrir en el centro de la hoja [1].

El agrietamiento de las hojas pueden ser causadas por una deformación no homogénea en dirección del espesor. Cuando las condiciones de laminación

son tales que solo la superficie de la pieza de trabajo es deformada, la sección transversal de la hoja es deformada como en la Figura 2.10 [1].

El agrietamiento de las esquinas es minimizada en la práctica de la laminación comercial empleando rodillos verticales en las esquinas que mantienen las esquinas derechas y debido a esto prevenir la acumulación de esfuerzos de tensión en las esquinas. Los materiales con baja ductilidad pueden ser laminados sin un excesivo agrietamiento conservando todos los lados con un material con flujo de esfuerzos similares al de la pieza de trabajo [1].

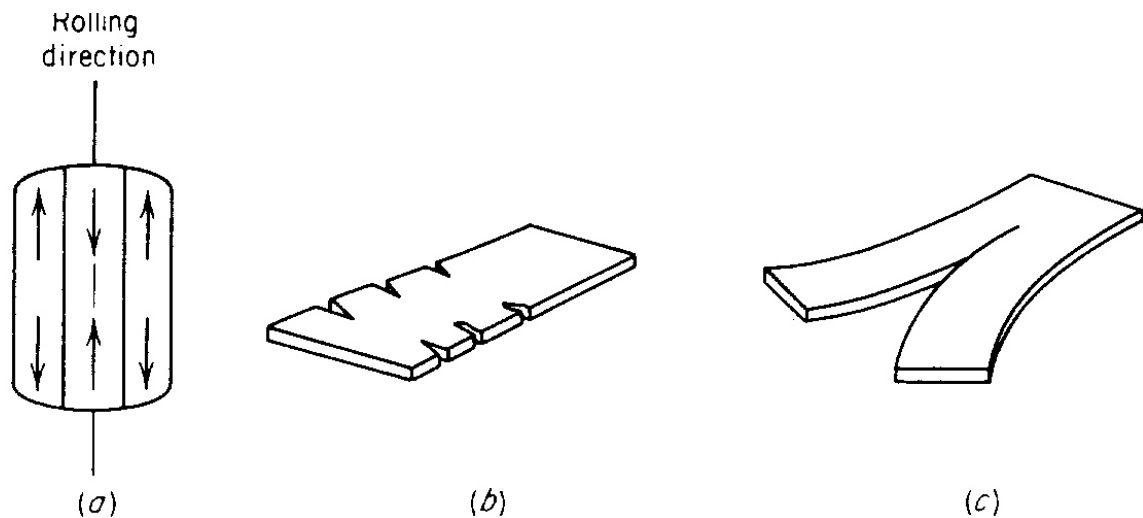


Figura 2.10. Defectos resultantes por difusión lateral [1].

En orden para mantener una alta calidad, la superficie de las palanquillas deben ser condicionadas mediante el molido, picado o quemado por medio de una lanza de oxígeno para remover los defectos de la superficie como astillas, costuras y costras. Rasguños debido a rodillos defectuosos o guías deben ser guardados en contra de la hoja laminada en frio. Algunas veces los problemas disminuyen removiendo los lubricantes de laminación [1].

### **2.3.1 Planeza**

Los defectos de planeza son de los defectos más encontrados en la laminación. Su origen directo son los gradientes de tensión que resultan en el pandeo de las áreas bajo esfuerzos de compresión. Dependiendo de la componente de esfuerzo implicada y la ubicación de las zonas de compresión, las ondas en dirección longitudinal, transversal u oblicua se pueden encontrar en diversos lugares [13].

Los defectos de planeza son causados invariablemente por diferentes elongaciones a lo ancho del material, existen dos factores importantes que influyen la forma de la lámina estos son: la flexión del rodillo y el aplastamiento del rodillo [13, 14].

Durante el proceso de laminación. La lámina está bajo la tensión de bobinadoras o stands vecinos. Por lo tanto, los defectos pueden ser más o menos ocultos (defectos latentes), A pesar de que la distribución de esfuerzos heterogéneos pueden ser medidos por rodillos con tensiómetros. Un defecto latente puede ser aparente, cuando la tensión en la lámina es liberado [13].

En algunos casos sin embargo, en particular para las láminas delgadas, los campos de esfuerzos pueden ser suficientes para crear un defecto manifiesto en el molino aún bajo tensión [13].

La forma en una lámina puede ser definida, como la geometría transversal de la lámina o la habilidad de la lámina de permanecer plana en dirección a la superficie horizontal. La corona es definida como la diferencia entre el espesor del centro de la lámina y el de las orillas [4]. La corona de laminación (Figura 2.11) puede ser definida con la ecuación [15]. El perfil de la lámina describe las

variaciones del espesor de la lámina a lo largo del plano perpendicular a la longitud de la lámina [16].

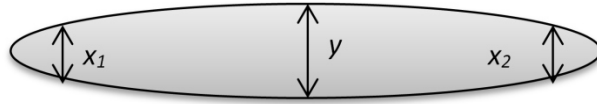


Figure 2.11 Diagrama de la corona en la lámina.

$$C = y - \frac{(x_1 + x_2)}{2} \quad \text{Ecuación 1}$$

Los defectos de forma son uno de los problemas más comunes durante el proceso de laminación, estos defectos se agrupan principalmente en: quarter buckle, wavy edges, center buckle and short quarter. La forma de la lámina es resultado de los cambios en el espesor en el perfil durante el proceso de laminación, estas variaciones de perfil ocurren debido a la distribución de la fuerza del rodillo [13, 17, 18]. El esquema mostrado en la Figura 2.12 muestra como los defectos de planeza son producidos debido a la evolución del perfil a lo largo de la lámina [19].

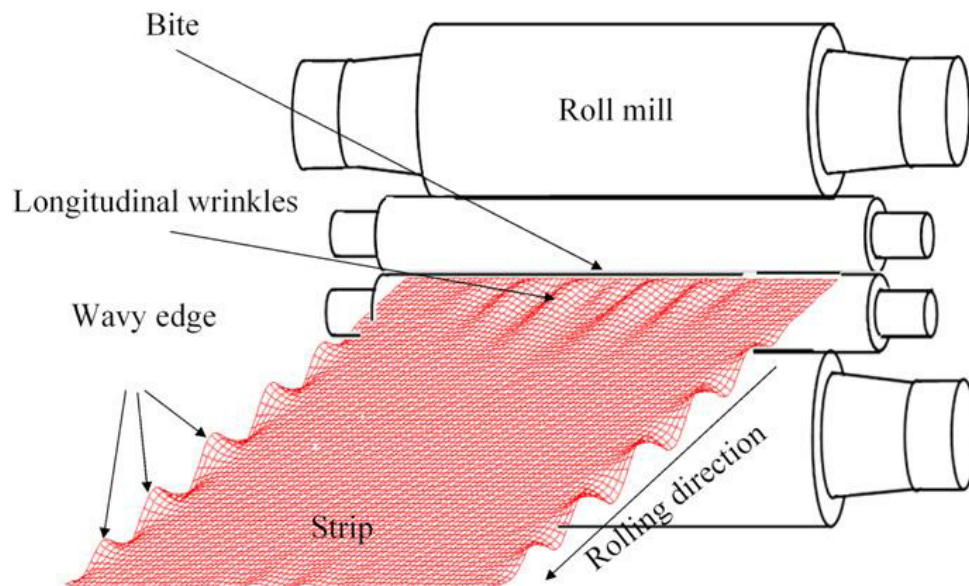


Figura 2.12 Esquema mostrando como los defectos de forma se propagan a lo largo de la longitud de la lámina [19].

El factor de corona ( $\lambda$ ) puede ser utilizado para calcular el efecto de la razón de la corona en la forma de la lámina, este es definido como la razón de la corona de la lámina respecto al espesor de la lámina. El factor de corona es calculado usando la Ecuación 2.

$$\lambda = \frac{C_H}{H} - \frac{C_h}{h} \quad \text{Ecuación 2.}$$

Donde  $C_H$  y  $C_h$  son la corona inicial de la lámina antes de la laminación y la corona a la salida;  $H$  y  $h$  son el espesor de la lámina antes y después de la laminación [20, 21].

La forma de la lámina está dada por la flexión de los rodillos de trabajo y apoyo; además del aplastamiento entre los rodillos y la lámina. El desplazamiento vertical de los rodillos de apoyo y de trabajo esta descrito por las siguientes ecuaciones.

$$y_w(i) = \sum_{j=1}^m g_w(i,j)q_j - \sum_{j=1}^n g_w(i,j)p_j - \sum_{j=k}^m g_w(i,j)q_{ej} - g_{wf}(i)F \quad \text{Ecuación 3}$$

$$y_b(i) = \sum_{j=1}^m g_b(i,j)q_j \quad \text{Ecuación 4.}$$

donde,  $g_w(i,j)$  y  $g_b(i,j)$  son la función de la influencia del rodillo de trabajo y la flexión del rodillo de apoyo, respectivamente, debido a las fuerzas y esfuerzos cortantes combinados,  $g_{wf}(i)$  es la fuerza generada por el mecanismo de doblado,  $p_j$  es la presión de laminación en el elemento  $j$ ,  $q_j$  es la presión intermedia entre el rodillo de apoyo y de trabajo en el elemento  $j$ ,  $q_{ej}$  es la unidad de presión entre los rodillos de trabajo (superior e inferior) en el elemento  $j$ , y  $F$  es la fuerza de doblado [22].

La planeza es determinada por la medida de la amplitud ( $A$ ) y la longitud del periodo ( $L$ ), usando la razón  $A/L$  (Figura 2.13) [23]. En el proceso industrial la

planeza es medida utilizando un medidor de planeza (medidor de esfuerzos) después del molino de laminación. Esto suele ser parte del control en línea que se tiene en el proceso, esto en los molinos tándem solo es implementado después del último castillo. El MEF puede ser usado como control preliminar, este tipo de control puede ser aplicado a todos los castillos del molino [24, 25].

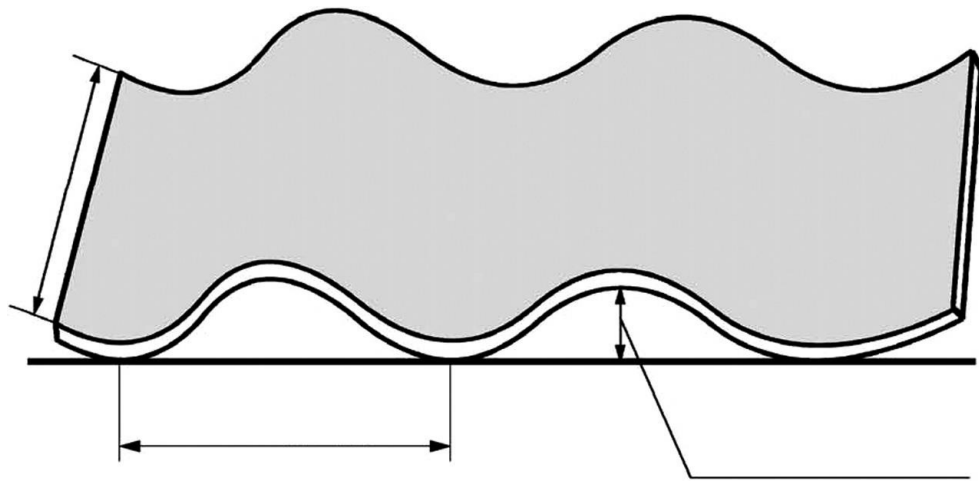


Figura 2.13. Ondulamiento de una lámina [12].

Efectos de la planeza:

- Reducción en la velocidad de la línea.
- Problemas del flujo de procesamiento.
- Colapso de la bobina
- No es posible cubrir o hacer una impresión
- Se necesitan procesos adicionales
- Se venden las piezas como productos de baja calidad
- Rechazo del cliente

La Figura 2.14 muestra cómo se generan los distintos defectos de planeza de acuerdo a la distribución de fuerza en el rodillo de trabajo.

Distribución de fuerza del rodillo
------------------------------------

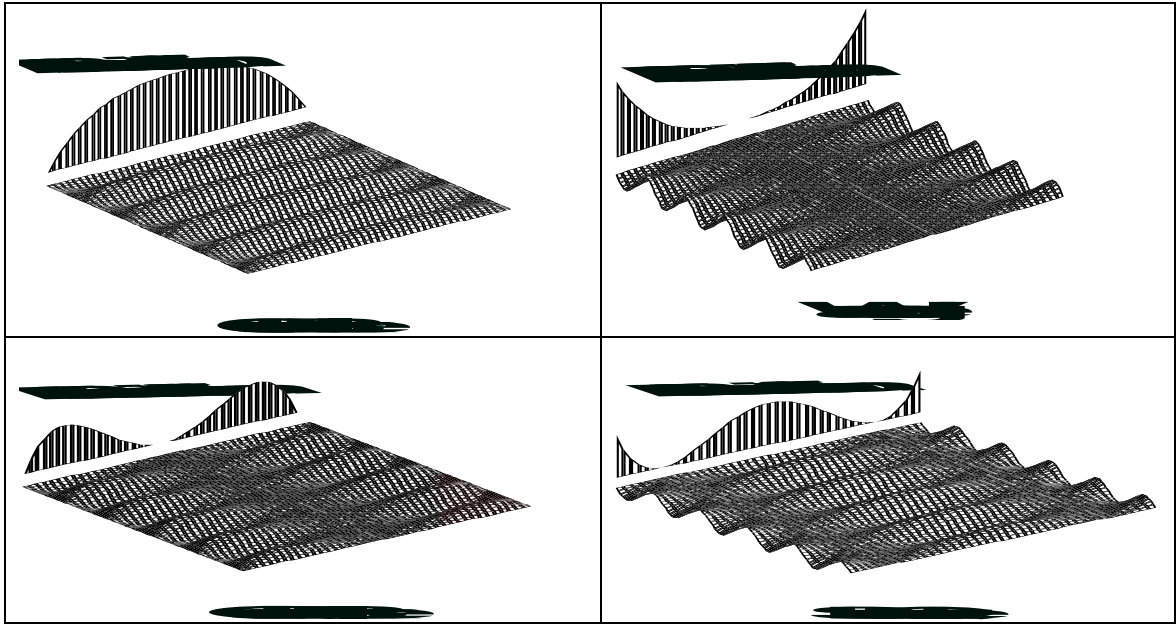


Figura 2.14 Defectos de planeza producidos por diferentes distribuciones de fuerza en el rodillo de trabajo

### 2.3.1.1 Tipos de defectos de planeza

Existen dos tipos de defectos de planeza: los manifiestos y los latentes.

Los manifiestos son aquellos que pueden ser vistos a simple vista, mientras que los latentes son los que están ocultos por la temperatura, tensión o por la fuerza mecánica de la lámina [19].

Los defectos latentes se convierten en manifiestos cuando: la tensión es retirada, la lámina es enfriada, de la lámina se hacen pequeñas hojas o si la lámina es cortada.

Los defectos de planeza pueden ser creados por:

- Incongruencia entre el perfil de la lámina y el gap
- Dureza irregular en la lámina
- Lubricación desigual en la lámina
- Geometría del molino
- Temperatura



## 3. Método de elementos finito.

---

### 3.1 Introducción

El cambio y la adopción de nuevas tecnologías en la industria están ligados directamente a la economía. Estos cambios y nuevas herramientas tecnológicas generan una reducción de costos en: diseño, métodos de manufactura o costos de mantenimientos, haciendo cada vez más competitivo el desarrollo de un producto. El cambio en la tecnología y el su rápido avance se debe en gran parte al desarrollo y aplicación de métodos computacionales en distintos procesos. Además de que el uso de la modelación en la simulación de procesos y materiales, ha dejado un gran entendimiento del material en sí mismo, como en el proceso de manufactura [26].

El uso de la computación aplicada a: ingeniería, diseño y manufactura (CAE/CAD/CAM), se ha vuelto esencial para la tecnología del formado de metales y su investigación. Muchas industrias usan este tipo de herramientas avanzadas para simular una gran cantidad de procesos metalúrgicos así como propiedades entre los materiales y sus componentes. Algunos ejemplos de modelos de simulación utilizados en el formado de metales que destacan son aquellos en los que se puede observar: la recristalización, el crecimiento de grano, creación de defectos (como porosidad y localización de deformaciones) y su efecto en las propiedades mecánicas. Además con ayuda del Método de Elemento Finito (MEF) se pueden resolver distintos tipos de análisis como: estructurales, transferencia de calor, flujo de fluidos, transporte de masa y potencial electromagnético. [26, 27, 28].

El Método de Elemento Finito (MEF) ha incrementado significativamente su importancia en esta rama, ya que anteriormente se podían resolver diferentes análisis con técnicas matemáticas pero estos debían ser situaciones demasiado simplificadas. Es por eso que se han desarrollado diferentes métodos de discretización implicando la aproximación, llegando a establecer métodos complejos de estudio capaces de realizar una aproximación muy cercana a la solución exacta. [29, 30, 27]

Este tipo de métodos han sido desarrollados desde hace varios años. Uno de los primeros esquemas de aproximación utilizado para llegar a soluciones aproximadas fue el método de diferencias finitas [29, 30]

Los métodos más comunes disponibles para la solución de problemas generales como: elasticidad, fluidos, transferencia de calor se pueden clasificar en dos grandes grupos: Analíticos y Numéricos como se muestra en la Figura 3.1 y las sus clasificaciones.

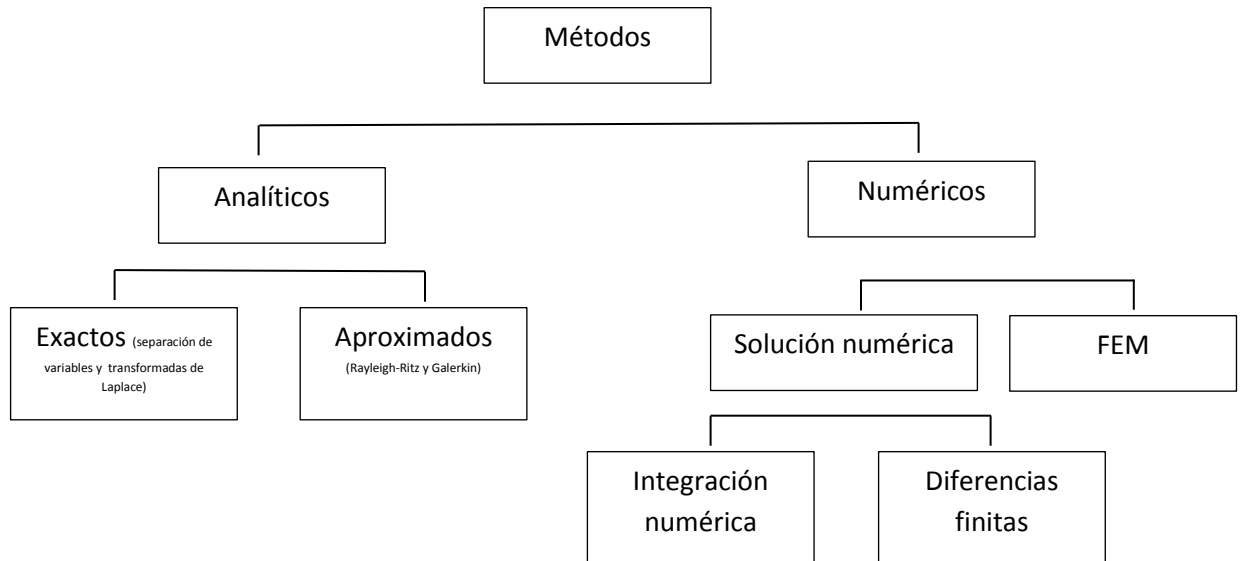


Figura 3.1 Clasificación de métodos para solución de problemas [31].

### 3.2 Diferencias finitas

El modelo de diferencias finitas da una aproximación por punto a las ecuaciones que gobiernan. Este modelo (formado por ecuaciones diferenciales para un arreglo de malla) se mejora entre más puntos se usen. Con este método podemos analizar problemas difíciles siempre y cuando la geometría del modelo sea simple, debido a que cuando existe una geometría irregular o condiciones frontera inusuales la solución puede ser muy compleja.

El método de diferencias finitas es usado para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias que tienen condiciones impuestas en la frontera en lugar de en el punto inicial [32].

### 3.3 Elemento Finito

Una técnica más reciente para tener soluciones aproximadas es el MEF el cual data de 1960. Zienkiewicz lo describe “Un procedimiento general de discretización de problemas del continuo con estatutos matemáticos definidos” [27]. También puede ser definido como una técnica numérica utilizada para obtener una solución aproximada de un problema de ingeniería [33]. Este método al igual que el método de diferencias finitas utiliza puntos (nodos) para solucionar el modelo, prevé la región de solución como una construcción de muchos puntos, subregiones interconectadas o elementos. El MEF da soluciones a un problema utilizando las ecuaciones gobernantes del modelo. En el MEF básicamente una región de solución puede ser modelada analíticamente o aproximada por medio de un ensamble de elementos discretos. Estos elementos pueden ser acomodados de cualquier forma con lo que pueden ser utilizados para representar formas muy complejas. [29, 30]

Para entender el procedimiento del MEF en problemas del continuo es necesario tener en cuenta las siguientes condiciones:

- El continuo es dividido en cierto número de partes llamadas elementos (triángulos, rectángulos, tetraedros o hexaedros; el comportamiento del continuo es especificado por un número finito de parámetros.
- La solución del sistema completo es un ensamble de estos elementos seguido por las reglas aplicables a los problemas discretos estándares.

El proceso de convertir un sistema continuo a un sistema discreto se conoce como discretización. Este proceso involucra una aproximación la cual debe mejorar conforme se incrementa el número de variables discretas [34]. El MEF se ha convertido en una poderosa herramienta en la solución de problemas de ingeniería, aunque inicialmente fue creado para resolver problemas estructurales, se ha aplicado a diferentes tipos de análisis como: deformación y esfuerzo (automóviles, aeronaves, edificios, etc.), flujo de calor, potenciales electromagnéticos, fluidos, transferencia de calor, acústica [35, 36, 37, 38, 39, 40, 41] . Esto se debe a los avances que se tienen en los sistemas computacionales como en los software de CAD, ya que con estos avances se ha podido llegar a desarrollar soluciones a problemas cada vez más complejos [33, 42].

### **3.3.1 Elemento estructural y sistema.**

Para poder describir un sistema discreto, es necesario considerar un ejemplo de ingeniería estructural de elasticidad lineal. La Figura 3.2 representa una estructura bidimensional ensamblada por componentes individuales e

interconectados en los nodos numerados de 1 hasta n. Las uniones en los nodos están fijas, así que los momentos no pueden ser transmitidos [27].

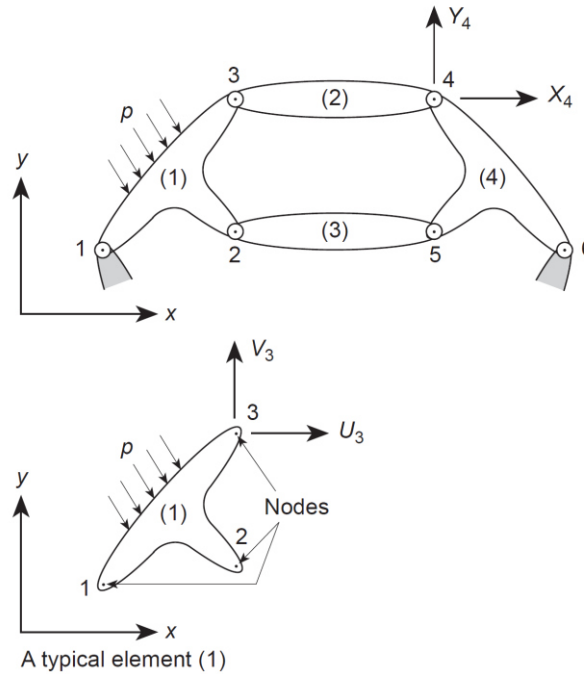


Figura 3.2 Estructura típica construida por elementos interconectados [27].

Como punto inicial se asumirá que una calculación separada, o para el caso de los resultados de los experimentos, las características de cada elemento son bien conocidas. Es por esto, que si un elemento típico llamada (I) y asociado con los nodos 1,2,3 es examinando, las fuerzas actuando en los nodos son únicamente definidas por los desplazamientos de esos nodos, la carga distribuida en el elemento ( $p$ ) y su deformación inicial. Lo último puede ser debido a la temperatura, contracción o simplemente por "falta de ajuste". Las fuerzas y los desplazamientos correspondientes son definidos por sus componentes apropiados ( $U$ ,  $V$  y  $u$ ,  $v$ ) en un sistema común de coordenadas [27].

Listando las fuerzas que actúan en todos los nodos del elemento (1) como una matriz se obtiene:

$$q^1 = \begin{Bmatrix} q_1^1 \\ q_2^1 \\ q_3^1 \end{Bmatrix} \quad q_1^1 = \begin{Bmatrix} U_1 \\ V_1 \end{Bmatrix}, \quad \text{etc. Ecuación 3.1}$$

Y para el desplazamiento nodal correspondiente [27].

$$a^1 = \begin{Bmatrix} a_1^1 \\ a_2^1 \\ a_3^1 \end{Bmatrix} \quad a_1^1 = \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \end{Bmatrix}, \quad \text{etc.} \quad \text{Ecuación 3.2}$$

Asumiendo un comportamiento elástico lineal del elemento, la relación característica será siempre de la siguiente forma [27].

$$q^1 = K^1 a^1 + f_p^1 + f_{\varepsilon_0}^1 \quad \text{Ecuación 3.3}$$

Donde  $f_p^1$  representa las fuerzas nodales requeridas para el balance cualquier fuerza distribuida actuando en el elemento y  $f_{\varepsilon_0}^1$  representa las fuerzas nodales para balancear cualquier deformación inicial, la cual puede ser causada por algún cambio de temperatura si es que los nodos no están sujetos a ningún desplazamiento. El primer término representa las fuerzas inducidas por el desplazamiento de los nodos [27].

Con este análisis preliminar se puede definir los esfuerzos o las reacciones internas en cualquier punto específico o puntos de un elemento en términos de desplazamientos nodales. Definiendo estos esfuerzos por una matriz  $\sigma^1$  de la forma:

$$\sigma^1 = S^1 a^1 + \sigma_p^1 + \sigma_{\varepsilon_0}^1 \quad \text{Ecuación 3.4}$$

En la que los dos últimos términos son simplemente los esfuerzos provocados debido a las cargas distribuidas de los elementos o esfuerzos iniciales respectivamente cuando no existe ningún desplazamiento [27].

La matriz  $K^e$  es conocida como la matriz de rigidez del elemento y la matriz  $S^e$  como la matriz de esfuerzo del elemento, para un elemento (e) [27].

Las relaciones de las Ecuaciones 3.3 y 3.4 se han ilustrado en un ejemplo con un elemento en la Figura 4.1. Claramente, estos mismo argumentos y definiciones aplicaran generalmente. Un elemento (2) de estructura hipotética poseerá solo dos puntos de interconexión; otros pueden tener un gran número de interconexiones. Similarmente, si las uniones son consideradas como rígidas, tres componentes de la fuerza generalizada y el desplazamiento generalizado tendría que ser considerado, la última parte considerada a un momento y a la rotación respectivamente. Para una unión rígida, en una estructura de tres dimensiones el número de componentes para cada nodo sería seis. Generalmente,

$$q^e = \begin{Bmatrix} q_1^e \\ q_2^e \\ \vdots \\ q_m^e \end{Bmatrix} \quad y \quad a^e = \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_m \end{Bmatrix}$$

Ecuación 3.5

Cada  $q_i$  y  $a_i$  posee el mismo número de componentes o grados de libertad. Estas cantidades son conjugadas con cada una [27].

Por lo que las matrices de rigidez de un elemento serán siempre cuadradas y de la forma:

$$K^e = \begin{bmatrix} K_{ii}^e & K_{ij}^e & \cdots & K_{im}^e \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ K_{mi}^e & \cdots & \cdots & K_{mm}^e \end{bmatrix} \quad \text{Ecuación 3.6}$$

En donde  $K_{ii}^e$ , etc., son submatrices cuadradas y del tamaño  $l \times l$ , donde  $l$  es el número de componentes de la fuerza que serán consideradas en los nodos [27].

### 3.3.2 Ensamble y análisis de una estructura

El concepto de ensamble puede ser explicado de la siguiente manera, cuando las ecuaciones del elemento están ensambladas, las restricciones globales son:

1. Las velocidades nodales son idénticas a los valores de los nodos de los elementos que rodean a ese nodo.
2. La fuerza global es la suma de las fuerzas de los nodos que componen un elemento.

El procedimiento de análisis de un ensamble puede ser muy tedioso es por eso que para facilitar el análisis se le asignan número a los elementos y nodos que componen el modelo de Elemento Finito. La siguiente Figura 3.3 muestra un arreglo de nodos y elementos, en el que los elementos están numerados del 1 al 19 y los nodos del 1 al 30. Para identificar los nodos asociados a cada elemento, se define un arreglo llamado “conectividad de elemento” para cada elemento. En el caso del elemento 5, este elemento tiene conectividad con los nodos 6, 7, 10 y 11.

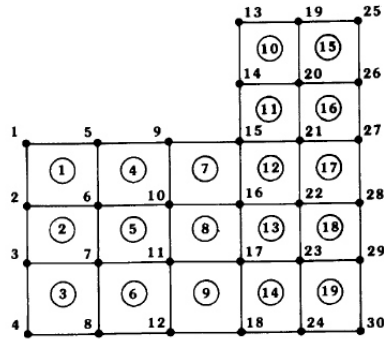


Figura 3.3 Numeración de nodos y elementos [43].

Un ejemplo se relacionan las condiciones del modelo con el ensamble es el caso de la velocidad. Suponiendo que una componente de velocidad actúa sobre el nodo 10, entonces la velocidad se verá afectada en los elementos 4, 5, 7 y 8 los cuales comparten ese nodo. Mientras que este componente no afecta a los otros elementos [43].

Usualmente las ecuaciones de rigidez de ensamble son numeradas en el mismo orden que los nodos y las ecuaciones de rigidez de los elementos son numerados de acuerdo a la conectividad del elemento, para que la conectividad de cada elemento pueda ser usado para relacionar las ecuaciones correspondientes en las ecuaciones de rigidez globales y de cada elemento [43].

Para el caso del nodo 10, se puede observar como la matriz de rigidez correspondiente a este nodo contiene las variables de los nodos asociados a los elementos que rodean al nodo 10. Esto es, que la ecuación para obtener la velocidad del nodo 10, contiene componentes de los nodos 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 15, 16 y 17.

Considerando nuevamente la estructura mostrada en la Figura 3.2. Para obtener la solución completa de dos condiciones de:

- a) Compatibilidad de desplazamiento.
- b) Equilibrio.

Deben de ser satisfechas [27].

Cualquier sistema de desplazamiento nodal a:

$$a = \begin{Bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{Bmatrix} \quad \text{Ecuación 3.7}$$

Listado para toda la estructura del modelo en el que participan todos los elementos, automáticamente satisface la primera condición.

Como las condiciones de equilibrio han sido satisfechas dentro de un elemento todo esto es necesario para establecer las condiciones de equilibrio de los nodos en la estructura. Las ecuaciones resultantes contendrán el desplazamiento como desconocidos, una vez que estos han sido resueltos el problema estructural es determinado.

Considerando la estructura que va a ser sometida a fuerzas externas  $r$ :

$$r = \begin{Bmatrix} r_1 \\ \vdots \\ r_n \end{Bmatrix} \quad \text{Ecuación 3.8}$$

Aplicadas a los nodos además de las fuerzas distribuidas, aplicadas a los elementos individuales. Nuevamente, cualquier fuerza  $r_i$  debe tener el mismo número de componentes así como los elementos de reacción considerados. En el ejemplo examinado

$$r_i = \begin{Bmatrix} X_i \\ Y_i \end{Bmatrix} \quad \text{Ecuación 3.9}$$

Como las uniones se asumieron fijas, pero en este paso se asumirá un número arbitrario de componentes [27].

Si se establece las condiciones de equilibrio para un nodo típico  $i$ , cada componente de  $r$ , tiene que ser adecuado a la suma de componentes de fuerzas contribuida con la unión de elementos en el nodo. Por lo tanto, considerando todas las componentes de la fuerza tenemos

$$r_i = \sum_{e=1}^m q_i^e = q_i^1 + q_i^2 + \dots \quad \text{Ecuación 3.10}$$

Donde  $q_i^1$  es la fuerza contribuida para el nodo  $i$  por elemento 1,  $q_i^2$  por elemento 2, etc. Se puede observar, que solo los elementos que incluyen el punto  $i$  contribuirán a las fuerzas diferentes de cero [27].

Sustituyendo la definición (4.3) las fuerzas contribuyendo al nodo  $i$  y las variables nodales  $a_i$ , se obtiene

$$r_i = \left( \sum_{e=1}^m K_{i1}^e \right) a_i + \left( \sum_{e=1}^m K_{ie}^e \right) a_2 + \dots + \sum_{e=1}^m f_i^e \quad \text{Ecuación 3.11}$$



Donde

$$f^e = f_p^e + f_{\varepsilon 0}^e$$

La sumatoria solo contempla los elementos que comparten el nodo  $i$ . Si todas las ecuaciones se ensamblaran se obtendría

$$Ka = r - f \quad \text{Ecuación 3.12}$$

Donde las submatrices son

$$K_{ij} = \sum_{e=1}^m K_{ij}^e$$

Ecuación 3.13

$$f_i = \sum_{e=1}^m f_i^e$$

Con la sumatoria incluyendo todas las sumatorias. Esta simple regla para el ensamble

### 3.3.3 Esfuerzos y equilibrio

En la siguiente Figura 3.4 se muestra un cuerpo tridimensional que ocupa un volumen  $V$  y tiene una superficie  $S$ . Sobre una parte del cuerpo se ejerce una fuerza de tracción ( $T$ ), llamada así debido al efecto de deformación que produce esta fuerza. La deformación en un punto ( $x = [x, y, z]^T$ ) se define por las tres componentes de su desplazamiento:

$$u = [u, v, w]^T \quad \text{Ecuación 3.14}$$

En el caso de una fuerza por unidad de volumen, se define como:

$$f = [f_x, f_y, f_z]^T \quad \text{Ecuación 3.15}$$

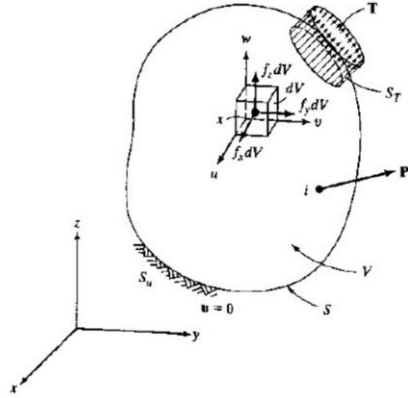


Figura 3.4 Cuerpo tridimensional [42].

En la Figura 3.5 Se muestra la fuerza actuando sobre un  $dV$ . Por lo que la tracción superficial puede obtenerse con el valor de sus componentes en puntos sobre la superficie.

$$T = [T_x, T_y, T_z]^T \quad \text{Ecuación 3.16}$$

Otro ejemplo de fuerza de tracción son las presiones o las fuerzas de contacto distribuidas. Una carga actuando sobre un punto  $i$  es representada por sus tres componentes [42].

$$P_i = [P_x, P_y, P_z]_i^T \quad \text{Ecuación 3.17}$$

En la Figura 3.5 se puede observar los esfuerzos que actúan sobre un  $dV$ . Cuando este  $dV$  se contrae a un punto, el tensor de esfuerzo se representa mediante una matriz de  $3 \times 3$ . Sin embargo, a continuación se representa por sus seis componentes independientes:

$$\sigma = [\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{yz}, \tau_{xz}, \tau_{xy}]^T \quad \text{Ecuación 3.18}$$

Donde  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$  son esfuerzos normales y  $\tau_{yz}, \tau_{xz}, \tau_{xy}$  son esfuerzos cortantes. Considerando un estado de equilibrio en el  $dV$ . Se obtienen las fuerzas sobre las caras, con las siguientes condiciones  $\sum F_x = 0, \sum F_y = 0$  y  $\sum F_z = 0$ , además de  $dV = dx dy dz$ , se obtienen las siguientes ecuaciones de equilibrio [42]:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + f_x &= 0 \\
\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + f_y &= 0 \\
\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + f_z &= 0
\end{aligned}$$

Ecuación 3.19

### 3.3.4 Condiciones de frontera

Además de las características del material, las condiciones frontera son críticas para tener una buena predicción de la simulación. Cada proceso de manufactura tiene sus condiciones de frontera únicas, las cuales deben ser identificadas, entendidas y caracterizadas por la aplicación que será simulada [26].

Algunos ejemplos de las condiciones frontera en el calentamiento y el enfriamiento de los metales; son la variación en los coeficientes de transferencia de calor durante el proceso de templado. El entendimiento de las condiciones frontera y el detalle de estas condiciones frontera junto con una simulación exitosa pueden dar una guía para el nivel de control necesaria para establecer un proceso fuerte y repetible así como el equipo que producirá resultados necesarios [26].

Existen dos tipos generales de condiciones frontera. Condiciones frontera homogéneas (más comunes) y las condiciones no-homogéneas. Las homogéneas son por ejemplo aquellas que ocurren en un punto impidiendo el movimiento, las no-homogéneas ocurren cuando se especifican valores de desplazamiento diferentes de cero (establecimiento de un soporte) [28].

Observando en la Figura 3.4 se pueden distinguir diversas condiciones de desplazamiento en la frontera así como condiciones de carga en la superficie. Si el desplazamiento se especifica sobre la parte bordeada por  $S_u$ , se obtiene que

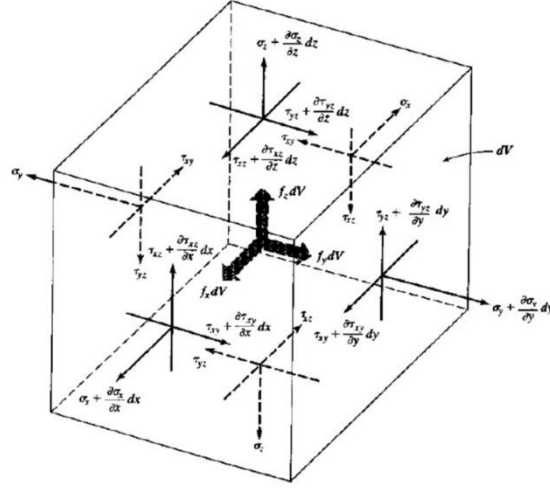


Figura 3.5 Equilibrio de un volumen elemental [42].

$$u = 0 \text{ Sobre } S_u$$

Ecuación 3.20

Así mismo se puede considerar condiciones como  $u = a$ , donde  $a$  es un desplazamiento [42].

Observando el tetraedro ABCD, mostrado en la Figura 3.6, donde DA, DB y DC son paralelos a los ejes x, y y z, respectivamente. El  $dA$  es el área definida por los vértices ABC. Si  $n = [n_x, n_y, n_z]^T$  es la normal unitaria a  $dA$ , entonces el área  $BDC = n_x dA$ , el área  $ADC = n_y dA$  y el área  $ADB = n_z dA$ . Considerando el equilibrio en los tres ejes de coordenadas se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} \sigma_x n_x + \tau_{xy} n_y + \tau_{xz} n_z &= T_x \\ \tau_{xy} n_x + \sigma_y n_y + \tau_{yz} n_z &= T_y \\ \tau_{xz} n_x + \tau_{yz} n_y + \sigma_z n_z &= T_z \end{aligned}$$

Ecuación 3.21

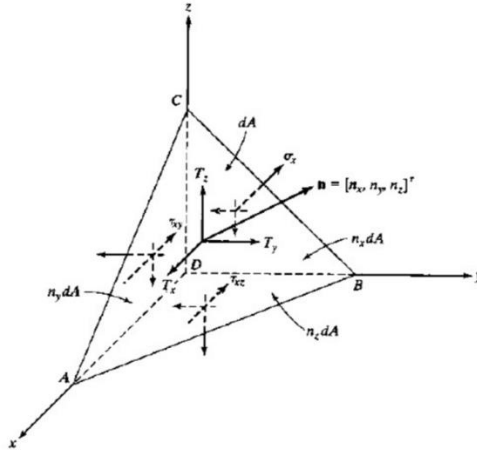


Figura 3.6 Volumen elemental en una superficie [42].

Las cuales deben cumplirse sobre la frontera  $S_T$ , donde son aplicadas las fuerzas [42].

### 3.3.5 Contacto y fricción

Uno de los factores más importantes a la hora de simular un proceso de formado de materiales es la fricción. Tanto el contacto como la fricción se dan estableciendo un par de objetos en el que uno es declarado como la pieza maestra y la esclava, en donde la parte esclava no puede penetrar la parte maestra [26].

Existen diferentes tipos de contactos usados dependiendo del tipo de modelo que se esté creando, condiciones de carga, linealidad, no linealidad, contactos [26].

### 3.3.6 Problemas tridimensionales de análisis de esfuerzos

La mayoría de los problemas de ingeniería son tridimensionales, por lo que es necesario ajustar la formulación a problemas de análisis de esfuerzos tridimensionales [42].

Partiendo de la ecuación:

$$\mathbf{u} = [u, v, w]^T \quad \text{Ecuación 3.22}$$

Donde  $u, v$  y  $w$  son desplazamientos en  $x, y$  y  $z$ . Los esfuerzos y deformaciones unitarias están dados por:

$$\sigma = [\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{yz}, \tau_{xz}, \tau_{xy}]^T \quad \text{Ecuación 3.23}$$

$$\epsilon = [\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z, \gamma_{yz}, \gamma_{xz}, \gamma_{xy}]^T \quad \text{Ecuación 3.24}$$

Mientras que las relaciones esfuerzo-deformación unitaria están dadas por

$$\sigma = DE \quad \text{Ecuación 3.25a}$$

donde  $D$  es una matriz simétrica de (6x6).  $D$  en el caso de materiales isotrópicos está dado por la Ecuación 3.25b.

$$D = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5-\nu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5-\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5-\nu \end{bmatrix} \quad \text{Ecuación 3.25b}$$

Las relaciones deformación unitaria-desplazamiento están definidas por:

$$\epsilon = \left[ \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}, \frac{\partial w}{\partial z}, \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right]^T \quad \text{Ecuación 3.26}$$

Los vectores de fuerza de cuerpo y tracción están dados por

$$f = [f_x, f_y, f_z]^T \quad \text{Ecuación 3.27}$$

$$T = [T_x, T_y, T_z]^T \quad \text{Ecuación 3.28}$$

### 3.3.6.1 Calculo de esfuerzos en problemas tridimensionales

Los tres esfuerzos principales se pueden calcular utilizando las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} I_1 &= \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z \\ I_2 &= \sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_z + \sigma_x \sigma_z - \tau_{yz}^2 - \tau_{xz}^2 - \tau_{xy}^2 \\ I_3 &= \sigma_x \sigma_y \sigma_z + 2\tau_{yz} \tau_{xz} \tau_{xy} - \sigma_x \tau_{yz}^2 - \sigma_y \tau_{xz}^2 - \sigma_z \tau_{xy}^2 \end{aligned} \quad \text{Ecuación 3.29}$$

Definiendo

$$\begin{aligned}
 a &= \frac{I_1^2}{3} - I_2 \\
 b &= -2 \left( \frac{I_1}{3} \right)^3 + \frac{I_1 I_2}{3} - I_3 \\
 c &= 2 \sqrt{\frac{a}{3}} \\
 \theta &= \frac{1}{3} \cos^{-1} \left( -\frac{3b}{ac} \right)
 \end{aligned}
 \tag{Ecuación 3.30}$$

Los esfuerzos principales están dados por:

$$\begin{aligned}
 \sigma_1 &= \frac{I_1}{3} + c \cos \theta \\
 \sigma_2 &= \frac{I_1}{3} + c \cos \left( \theta + \frac{2\pi}{3} \right) \\
 \sigma_3 &= \frac{I_1}{3} + c \cos \left( \theta + \frac{4\pi}{3} \right)
 \end{aligned}
 \tag{Ecuación 3.31}$$

### 3.3.7 Preparación de malla

Aunque es posible llenar las regiones de tres dimensiones con elementos tetraédricos, al momento de la preparación de los datos se vuelve complicado por el número de elementos y de nodos. Por lo que para regiones simples se sugiere el uso de bloques compuestos por ocho nodos. En la siguiente Figura 3.7 se puede observar un cubo formado por cinco elementos tetraédricos.

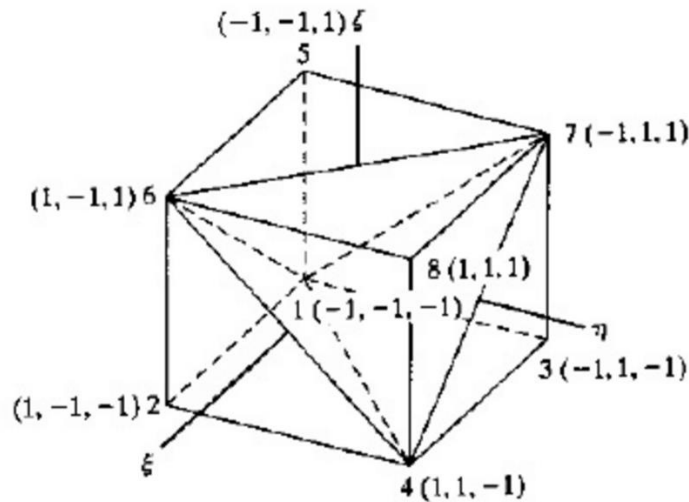


Figura 3.7 Cubo para división en tetraedros [42].

La elección de elementos se refiere al número de nodos por elementos, el número de grados de libertad de cada nodo, y la relación con la configuración interior asumida que define el tipo de elemento. Claro que la distribución en el elemento puede ser muy diferente de la solución del continuo, pero esta diferencia puede ser reducida con el refinamiento de malla, seleccionando cada vez elementos más finos. Comparando los resultados hasta seleccionar una malla adecuada, esta selección puede llegar a ser muy determinante en los resultados obtenidos [26].

En la imagen anterior, cuatro de los cinco elementos son del mismo volumen, el restante tiene dos veces el volumen de los otros cuatro. En este importante que los bordes de los elementos de los bordes adyacentes.

Tabla. División de un hexaedro en cinco tetraedros.

Nodos				
Elemento	1	2	3	4
1	1	4	2	6
2	1	4	3	7
3	6	7	5	1
4	6	7	8	4
5	1	4	6	7

El cubo también puede dividirse en seis elementos de igual volumen. La siguiente tabla 9.3 presenta una división típica.

Tabla. División de un hexaedro en seis tetraedros.

Nodos				
Elemento	1	2	3	4
1	1	2	4	8
2	1	2	8	5
3	2	8	5	6
4	1	3	4	7
5	1	7	8	5
6	1	8	4	7

Entre los elementos sólidos es posible para tetraedros de cuatro nodos, ya que cada nodo está conectado a los otros tres [42].

### 3.3.7.1 Elementos compuestos por ocho nodos

La división de un volumen en tetraedros individuales puede presentar ciertas dificultades en visualización así como producir errores en la numeración nodal,



a menos de que se cuente con un código de numeración automático. Lo más conveniente en estas situaciones es la subdivisión de este espacio en cubos de ocho elementos. Seccionando el cuerpo tridimensional en secciones para ser dibujado y subdividido en cuadriláteros (Figura 3.8) [27].

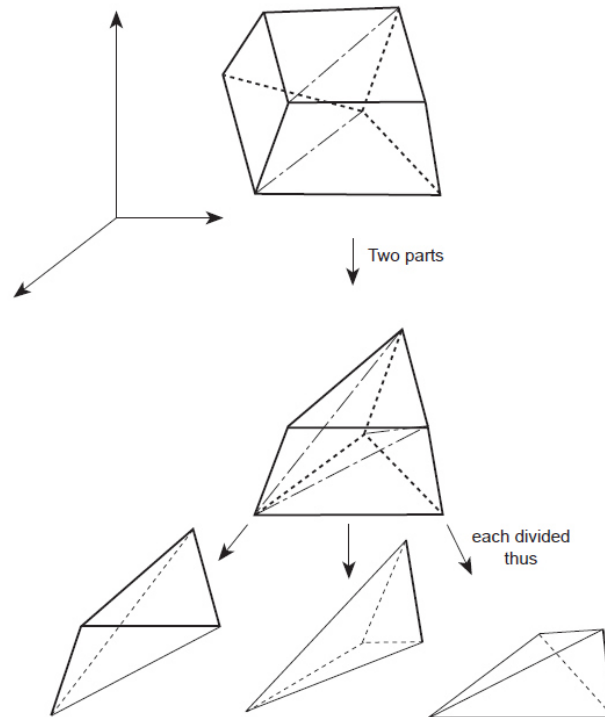


Fig. 3.8 División sistemática de dividir un elemento de ocho nodos en elementos hexaédricos

### 3.4 Modelación de láminas de metal.

Muchos de los materiales utilizados en las aplicaciones ingenieriles poseen propiedades mecánicas que son dependientes de la dirección. Esta propiedad llamada anisotropía, es derivada de la estructura metalúrgica del material, que depende de la naturaleza de los elementos aleantes y las condiciones de los procesos mecánicos y térmicos. Generalmente las láminas de acero son laminadas en frío y poseen diferentes propiedades en las direcciones de laminación y en la transversal. Es por eso que en el laminado de metales en particular, el efecto de la anisotropía puede ser muy importante en las características de deformación [43].

Anteriormente el cálculo de la mecánica detallada de las deformaciones plásticas grandes de las láminas metálicas era resuelto con éxito por métodos

numéricos. Sin embargo, sin excepción estos estudios han lidiado con deformaciones que poseen un alto grado de simétrica, y refiriéndose a la anisotropía existiendo solo en la dirección del espesor de la lámina (anisotropía normal). Aun se buscan métodos capaces de resolver problemas no-axisimétricos en formada de una lámina anisotropía. El MEF es uno de esos métodos, fue aplicado a los análisis elasto-plásticos de configuraciones no-axisimétricas de estiramiento de lámina con una anisotropía normal por Mehta y Kobayashi [43, 44].

Yamada presento una matriz de esfuerzo-deformación para un material elástico isotrópico, el cual obedece el criterio anisotrópico de cedencia de Hill en el rango plástico.

### 3.4.1 Anisotropía plástica.

Considerando estados de anisotropía que poseen tres planos de simetría mutuamente ortogonales en cada punto, el criterio de cedencia más simple para la anisotropía del material es aquel que reduce hasta el criterio de energía de distorsión cuando la anisotropía permanece pequeña. Hill asume que el criterio de cedencia es cuadrático con las siguientes componentes:

$$\frac{F(\sigma_y - \sigma_z)^2 + G(\sigma_z - \sigma_x)^2 + H(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 2L\tau_{yz}^2 + 2M\tau_{zx}^2 + 2N\tau_{xy}^2}{= 1} \quad \text{Ecuación 3.32}$$

Donde los ejes ortorrómbicos son tomados como ejes coordinados (x,y,z) y  $F, G, H, L, M, N$  son parámetros de anisotropía [43, 45]. Los parámetros en la ecuación anterior no están definidos pero las razones están definidos por el comportamiento de un material dado. Por lo que se puede obtener la siguiente ecuación:

$$\frac{2f(\sigma_{ij}) = f(\sigma_y - \sigma_z)^2 + g(\sigma_z - \sigma_x)^2 + h(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 2l\tau_{yz}^2 + 2m\tau_{zx}^2 + 2n\tau_{xy}^2}{= 2\bar{\sigma}^2} \quad \text{Ecuación 3.33}$$

Donde  $f(\sigma_{ij})$  es el potencial plástico,  $\bar{\sigma}$  es el esfuerzo efectivo y  $f, g, h, l, m, n$  son números. Los coeficientes  $f, g, h, l, m, n$  en la ecuación 3.33 son sujetos a condiciones diferentes dependiendo de la selección de  $\bar{\sigma}$  como una referencia de propiedad del material.

Si  $Y_x, Y_y, Y_z$  son los esfuerzos tensiles de cedencia en las direcciones principales de anisotropía, con esto es fácil mostrar que:

$$Y_x^2 = \frac{2\bar{\sigma}^2}{g + \dot{h}} \quad Y_y^2 = \frac{2\bar{\sigma}^2}{f + \dot{h}} \quad Y_z^2 = \frac{2\bar{\sigma}^2}{f + g} \quad \text{Ecuación 3.34}$$

Si  $\bar{\sigma}$  en la Ecuación 3.35a se define como:

$$\frac{1}{\bar{\sigma}^2} = \frac{1}{3} \left( \frac{1}{Y_x^2} + \frac{1}{Y_y^2} + \frac{1}{Y_z^2} \right) \quad \text{Ecuación 3.35 a}$$

11.3a

Después

$$f + g + h = 3 \quad \text{Ecuación 3.35 b}$$

Condiciones bajo los planos de esfuerzo ( $\sigma_z = \tau_{zx} = \tau_{yz} = 0$ ), de la Ecuación 3.35a se reduce a

$$2f(\sigma_{ij}) = (g + h)\sigma_x^2 - 2h\sigma_x\sigma_y + (h + f)\sigma_y^2 + 2n\tau_{xy}^2 = 2\bar{\sigma}^2 \quad \text{Ecuación 3.36 a}$$

Se puede observar como las razones de parámetros anisotrópicos, no los valores absolutos definen los estados de anisotropía. Esto es obvio si usamos por ejemplo la condición de la Ecuación 3.36b correspondiente a la definición de  $\bar{\sigma}$  expresada por la Ecuación 3.36a, y se escribe la ecuación de la forma

$$\frac{3}{f + g + h} [(g + h)\sigma_x^2 - 2h\sigma_x\sigma_y + (h + f)\sigma_y^2 + 2n\tau_{xy}^2] = 2\bar{\sigma}^2 \quad \text{Ecuación 3.36 b}$$

Suponiendo que  $f(\sigma_{ij})$  en la Ecuación 3.36a es el potencial plástico, la relación de la tasa de deformación de la regla de flujo, referida a los ejes principales de anisotropía son:

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_x &= \frac{\dot{\bar{\epsilon}}}{2\bar{\sigma}} [(g + h)\sigma_x - h\sigma_y] \\ \dot{\epsilon}_y &= \frac{\dot{\bar{\epsilon}}}{2\bar{\sigma}} [(h + f)\sigma_y - h\sigma_x] \\ \dot{\epsilon}_z &= -(\dot{\epsilon}_x + \dot{\epsilon}_y) \\ \dot{\gamma}_{xy} &= \frac{\dot{\bar{\epsilon}}}{2\bar{\sigma}} (2n\tau_{xy}) \end{aligned} \quad \text{Ecuación 3.37}$$

La razón efectiva de deformación  $\dot{\bar{\epsilon}}$  en la Ecuación 3.37, corresponde al esfuerzo efectivo  $\bar{\sigma}$  definido en la Ecuación 3.36a obtenido al invertir la Ecuación 3.37 como:

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{2\bar{\sigma}}{\dot{\bar{\epsilon}}} \left[ \frac{(f+g)\dot{\epsilon}_x + h\dot{\epsilon}_y}{gh + fg + hf} \right] \\ \sigma_y &= \frac{2\bar{\sigma}}{\dot{\bar{\epsilon}}} \left[ \frac{h\dot{\epsilon}_x + (g+h)\dot{\epsilon}_y}{gh + fg + hf} \right] \\ \tau_{xy} &= \frac{\bar{\sigma}}{\dot{\bar{\epsilon}}} \left( \frac{\dot{\gamma}_{xy}}{n} \right)\end{aligned}\quad \text{Ecuación 3.38}$$

Y posteriormente sustituyendo la Ecuación 3.38 en la Ecuación 3.36a, tenemos:

$$\dot{\bar{\epsilon}}^2 = 2 \left[ \frac{(f+h)\dot{\epsilon}_x^2 + (h+g)\dot{\epsilon}_y^2 + 2h\dot{\epsilon}_x\dot{\epsilon}_y}{fg + gh + hf} + \frac{\dot{\gamma}_{xy}^2}{2n} \right] \quad \text{Ecuación 3.39}$$

Frecuentemente la anisotropía de un material está representada por razones de deformación llamadas valores-r. Para un espécimen de tensión cortado en un ángulo  $\alpha$  hacia la dirección del laminado (dirección x)

$$\sigma_x = \sigma \cos^2 \alpha \quad \sigma_y = \sigma \sin^2 \alpha \quad \tau_{xy} = \sigma \sin \alpha \cos \alpha \quad \text{Ecuación 3.40}$$

Donde  $\sigma$  es el esfuerzo de cedencia en tensión. La razón de la deformación transversal a través del espesor es:

$$r = (\dot{\epsilon}_x \sin^2 \alpha + \dot{\epsilon}_y \cos^2 \alpha - \dot{\gamma}_{xy} \sin \alpha \cos \alpha) / \dot{\epsilon}_z \quad \text{Ecuación 3.41}$$

Sustituyendo la Ecuación 3.37, y usando el esfuerzo obtenido en la Ecuación 3.40, en la Ecuación 3.41 se obtiene

$$r = \frac{h + (2n - f - g - 4h) \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{f \sin^2 \alpha + g \cos^2 \alpha} \quad \text{Ecuación 3.42}$$

De la Ecuación 3.42,

$$\frac{h}{g} = r_x \quad \frac{h}{f} = r_y \quad \frac{n}{g} = \left( r_{45} + \frac{1}{2} \right) \left( 1 + \frac{r_x}{r_y} \right)$$

Donde  $r_x, r_{45}$  y  $r_y$  son valores de  $r$  para  $\alpha = 0$  (dirección  $x$ ),  $45^\circ$  y  $90^\circ$  (dirección  $y$ ), respectivamente. Para que la anisotropía sea simétrica rotacionalmente en el eje  $z$ ;  $f = g$  y  $n = f + 2h$  (y  $l = m$ ) además de que la condición dada por la Ecuación 3.35b. Si hay una simetría esférica completa, o isotropía se dan estas igualdades:

$$f = g = h = 1 \quad y \quad n = 3 \quad (y \quad n = l = m)$$

### **3.5 Desafíos y ventajas en el diseño y simulación de procesos y materiales.**

Como se mencionado anteriormente la ingeniería de materiales computacionales ha crecido e incrementado debido a distintas mejoras tecnológicas que se han dado, como:

- Velocidad computacional.
- Software de ingeniería de materiales/cadena de suministro de hardware.
- Diferencias de costos entre análisis virtuales y físicos.

La velocidad computacional: Este aspecto ha sido crítico para las aplicaciones industriales. Las simulaciones rápidas y el análisis de procesos y materiales son requeridos dentro de la industria, donde el diseño y las decisiones de manufactura requeridos deben ser casi instantáneos. Para así ayudar a tomar decisiones [26].

Para que el tiempo de una simulación industrial se considerado como aceptable debe correr en una noche, si el tiempo que tarda es menor que esto es preferible. En algunos casos, las simulaciones que toman varios días en su resolución son necesarias para poder obtener predicciones correctas sin que se vea afectada la exactitud de las respuestas. Es por esto que la disminución de estos largos tiempos computacionales se convierte en un verdadero desafío en las aplicaciones industriales [26].

Las velocidades computacionales han incrementado debido a tres factores importantes: incremento en la velocidad de los procesadores computacionales, incremento en la eficiencia de los métodos computacionales y la simplificación de modelos para incrementar la velocidad computacional mientras se siga obteniendo el nivel de exactitud y predicción necesaria en las predicciones [26].

Los códigos computacionales y los métodos computacionales han y continúan desarrollándose para habilitar el procesamiento paralelo. Las computadoras personales con dual o quad-core, proveen un incremento en la velocidad computacional. Los clústeres computacionales habilitan mucho más la

capacidad de procesamiento paralelo para los programas capaces de utilizar un gran número de ellos al mismo tiempo [26].

### **3.6 Beneficios del modelado y la simulación**

Las herramientas de simulación han sido y continuaran siendo usadas para análisis y cambios en los materiales y procesos metalúrgicos. Las herramientas de simulación serán desarrolladas para proveer un incremento cuantitativo en las predicciones para ayudar el diseño y la capacidad de análisis. Existe una gran cantidad de beneficios al usar la simulación en procesos y en materiales, como un gran entendimiento de los procesos y diseño de componentes [26].

Con la ayuda de la simulación se puede recrear una gran cantidad de experimentos virtuales en un corto periodo de tiempo con un costo mucho menor que al realizar las pruebas físicas. Generalmente el conocimiento de los procesos y de los materiales está centrado en ingenieros con una amplia experiencia del proceso, en científicos o en algunos casos de reportes y documentos. Con la ayuda de la simulación es posible obtener este conocimiento, debido a que las herramientas de simulación proveen una amplia cantidad de ejemplos del proceso y examinación al material, lo que genera una gran cantidad de predicciones. El conocimiento empírico puede generar información que se obtiene al analizar casos similares, sin embargo esto no necesariamente servirá en necesidades futuras. Sin embargo con las herramientas de simulación el conocimiento generado puede ser aplicado a futuros ejemplos específicos [26].

La evolución en el modelado y simulación de materiales y procesos en conjunto con la industria ha sido enfocado a aplicaciones de beneficio directo, como lo es el desarrollo del proceso. Estas aplicaciones llamadas “hand to mouth”, en las cuales las simulaciones son con la finalidad de guiar las decisiones ingenieriles en métodos específicos de manufactura. Algunos ejemplos de estas aplicaciones son en la forja y en la fundición, donde por medio de simulaciones se obtiene una serie de parámetros y tolerancias para el proceso [26].

### **3.7 Simulación por elemento finito en formado de láminas**

Los análisis por medio de elemento prácticamente están compuestos de las siguientes cuatro etapas:

1. Establecimiento de las ecuaciones gobernantes: equilibrio o momento para el caso de análisis dinámicos, reglas de elasticidad y plasticidad, etc.
2. Discretización del continuo, eligiendo una malla y un tipo de elemento.

3. Conversión de las ecuaciones diferenciales parciales representando el movimiento del continuo en un set secuencial de ecuaciones lineales representando el desplazamiento nodal.
4. Solución de los sets de ecuaciones lineales secuencialmente.

La esencia del MEF, en contraria al método de diferencias finitas, se basa en un principio de trabajo equivalente. Desplazamientos continuos con un elemento representado por un pequeño número de desplazamiento nodos para ese elemento. Similarmente, el trabajo hecho por la deformación de ese elemento es igual al trabajo hecho por el desplazamiento de los nodos y estos definidos por la fuerza interna equivalente de esos nodos [26].

### 3.8 Solución de Algoritmos Explícitos e Implícitos

Uno de los factores más importantes de la tecnología empleada en el código del MEF es el esquema de integración del tiempo. Este puede ser dividido en dos tipos principales: explícito e implícito. Los dos algoritmos funcionan para resolver ecuaciones gobernantes estáticas y dinámicas. Estas son las cuatro formulaciones fundamentales de los códigos de MEF:

- Estático implícito
- Estático explícito
- Dinámico implícito
- Dinámico explícito

Generalmente las formulaciones implícitas estáticas son utilizadas para análisis estáticos o quasi-estaticos como lo son análisis estructurales. La formulación dinámica explícita es utilizada en problemas dinámicos como en la simulación de choques automovilísticos. Sin embargo en el caso de formado de materiales, no ha sido así de simple ya que en un principio para la simulación de estos problemas se utilizaba la solución implícita estática, con el paso del tiempo a partir de los 90's y con la mejora tecnología se ha introducido más el uso de los algoritmos dinámico explícitos [26]. La Tabla 3.1 Hace una comparativa entre los análisis estáticos implícitos y los dinámicos explícitos.

Tipo de programa	Ventajas	Desventajas
Estático implícito	Exactitud conocida Equilibrio satisfecho  Variación de esfuerzos suave  Es posible obtener soluciones elásticas	Solución no asegurada Contacto complicado difícil de aplicar Tiempo tardado de procesamiento para contactos complicados

	Incondicionalmente estable	
Dinámico explícito	Solución obtenida siempre Establecimiento de contacto simple Tiempo de procesamiento corto usando mass scaling	Exactitud incierta Equilibrio no satisfecho en general Mass scaling introduce errores en problemas estáticos Variaciones de esfuerzos oscilatorias Soluciones elásticas son difíciles y tardadas Condicionamente estable

### 3.9 Time-steps e incrementos

Los esquemas de integración implícita y explícita son los dos tipos de soluciones comúnmente usados. Estos dos tipos de algoritmos, funcionan paso a paso (step a step) para encontrar el equilibrio dinámico o estático en cada paso. Mientras que la integración explícita hace uso de steps de tiempo, la solución implícita usa incrementos para discretizar el cálculo [26].

1. Incrementos del Implícito: Para el cálculo implícito, la ecuación no es resuelta con la aplicación del desplazamiento o fuerza en todo el modelo, sino que estos desplazamientos o fuerzas son divididos en pequeños steps, llamados incrementos de fuerza. Para la solución correcta de cada incremento de fuerza se necesita una iteración llamada Iteración de Newton.
2. Time-Steps del Explícito: En el cálculo explícito, el estado de la simulación no es calculada continuamente, en este caso el tiempo se divide en porciones más pequeñas llamadas ciclos, en el que en cada ciclo se calcula el estado de la simulación. Al intervalo que existe entre dos ciclos se le llama time step, el cual debe de ser lo suficientemente pequeño para satisfacer la condición de estabilidad y asumir las pequeñas aproximaciones de desplazamiento.

### 3.10 Aplicación del Método de Elemento Finito en el proceso de laminación

Como se ha mencionado anteriormente el MEF puede ser utilizado para resolver una gran variedad de problemas en distintos tipos de procesos. Un



ejemplo de esto es la aplicación de la técnica al proceso de Laminación. Debido a la versatilidad de la técnica ha sido posible aplicarla a una gran cantidad de diferentes condiciones de proceso, tipos de molinos y diferentes tipos de análisis.

Con ayuda del MEF se ha podido reproducir el proceso de laminación tanto en caliente [46, 47, 48] como en frío [49, 50, 51, 52] además de ser capaz de obtener distintas variables por medio de distintos análisis y condiciones aplicadas al proceso. En las referencias anteriores se puede ver como el MEF es aplicado a distintos tipos de análisis como: microestructurales, geométricos, de presión, spring back y propiedades mecánicas.

### **3.10.1 Aplicación del Método de Elemento Finito en la forma de la lámina**

Debido a la versatilidad del MEF este se ha utilizado con diferentes técnicas de modelado para obtener la forma de la lámina resultante en un proceso de laminación. A continuación se mencionan algunas técnicas que han sido utilizadas por otros autores para analizar la forma de la lámina.

Una de las condiciones más útiles durante la modelación que ayuda a reducir el tiempo computacional es la aplicación de condiciones de simetría. Ya que al momento de poder aplicar estas condiciones la geometría reduce y así mismo la cantidad de nodos y elementos. Esta condición es utilizada por algunos casos vertical y horizontalmente, aunque en algunos casos solo se aplica verticalmente [53, 54]

El mallado del modelo juega un papel muy importante en la resolución del modelo, es necesario tener un mallado óptimo. Un mallado que sea capaz de obtener los resultados más exactos, utilizando el tipo de elemento adecuado para el análisis y sin incrementar innecesariamente el número de elementos y el tiempo computacional. Se puede observar como los autores utilizan un mallado fino en el rodillo de trabajo, para analizar correctamente la interacción entre la lámina y el rodillo de trabajo [55, 56, 54].

El comportamiento de los rodillos y la lámina son características que deben estar muy bien definidas, para poder replicar el comportamiento elástico de los rodillos y la deformación plástica de la lámina durante la laminación [53]. En la modelación de la lámina el perfil inicial de la lámina forma una parte importante del proceso, esta característica es abordada por diferentes autores durante la modelación [54, 55, 57].

## 4. Metodología de cálculo

---

El trabajo realizado en esta investigación se hizo por medio del Método de Elemento Finito (MEF), desarrollado en la interface del software Abaqus, con ayuda de sus versiones CAE, Standard y Explicit. Estas versiones fueron utilizadas de acuerdo a las necesidades del modelo.

### 4.1 Estructura de modelos

Para el desarrollo de esta investigación fue necesario la creación de modelos con diferentes características, de los cuales se obtuvieron las condiciones óptimas para reproducir correctamente la deformación elástica de los rodillos durante el proceso de laminación en frío. La Figura 4.1 muestra las etapas de modelación del perfil en el proceso.

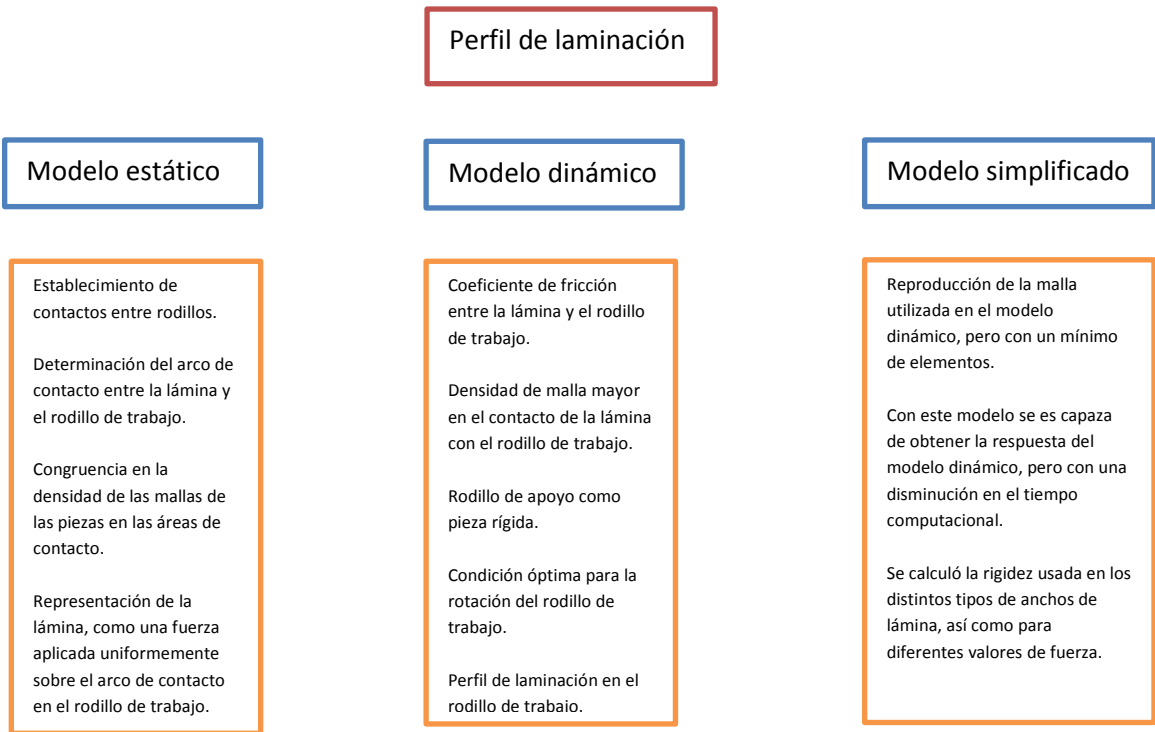


Figura 4.1 Etapas de modelación del proceso de laminación en frío para determinar la planeza en un molino tándem.

## 4.2 Datos y experiencia en planta

Los datos usados en los modelos fueron obtenidos de la empresa Ternium, por medio de una base de datos del proceso de laminación en frío en el molino Tándem 4 high de la planta Churubusco. Algunos de los datos contenidos en esta base fueron: fuerza de laminación medida, tipo de acero ancho de lámina, espesores, tensiones entre castillos, entre otros.

Debido a que la base de datos de Ternium era muy grande, se optó por seleccionar cinco grupos representativos de la base de datos. Para realizar esta selección se tomó en cuenta: tipo de acero, ancho de lámina y espesor, además de la cantidad de rollos procesados por el molino. Los grupos seleccionados se muestran en la Tabla 4.1

Tabla 4.1 Grupos de productos sujetos a la simulación

	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Grupo 4	Grupo 5
Ancho (mm)	1180- 1256.1	1180- 1256.1	920.7- 976.6	1200.2- 1256.1	976.6- 1032.5
Espesor (mm)	0.25- 0.5749	0.5749- 0.8998	0.5749- 0.8998	2.8492- 3.1741	2.8492- 3.1741
Grado	1006	1006	1006	1008	104TEP

De estos cinco grupos se seleccionó un producto del grupo que tiene más producción (Grupo 1). Con este producto se empezó la modelación del primer

castillo, tomando las características a las que se somete la lámina durante el proceso de laminación. Este producto fue un acero 1006 con un ancho de 1183 mm.

El proceso de laminación en frío de la planta de Churubusco se realiza a través de un molino Tándem, en el cual intervienen cuatro castillos 4 high. En el que en el cuarto castillo tiene la capacidad de ejercer bending a los productos, con el que el operador es capaz de corregir defectos de forma en la lámina. Además en cada castillo los rodillos tienen una corona maquinada distinta.

### 4.3 Modelación

La modelación del proceso se realizó en Abaqus CAE, en el que con ayuda de los planos de los castillos y rodillos proporcionados por la empresa se fue capaz de replicar la estructura del molino de laminación. Como se mencionó anteriormente los castillos de este molino son 4 high, por lo que están compuestos por: dos rodillos de trabajo (centrales) y dos rodillos de apoyo (externos) como se muestra en la Figura 4.2.

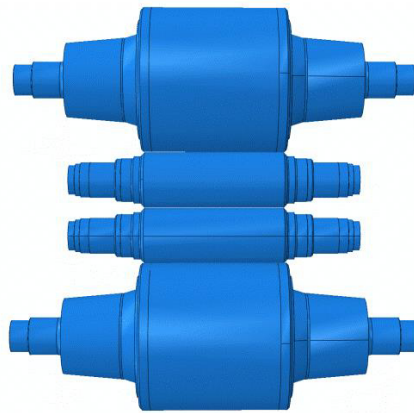


Figura 4.2 Castillo de molino 4 high.

La lámina es procesada mientras pasa a través de los rodillos de trabajo, los cuales son apoyados con los rodillos de apoyo. Los rodillos de apoyo y de trabajo son ilustrados en las Figuras 4.3 y 4.4.

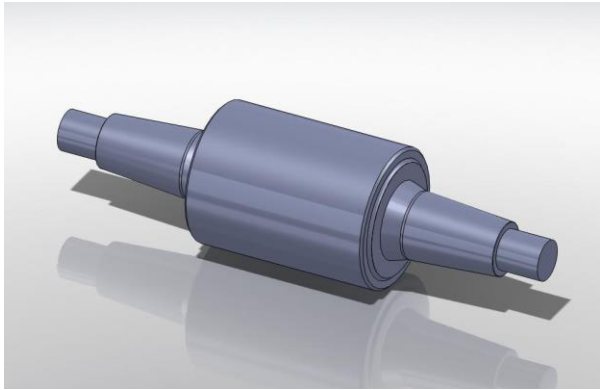


Figura 4.3 Rodillo de apoyo

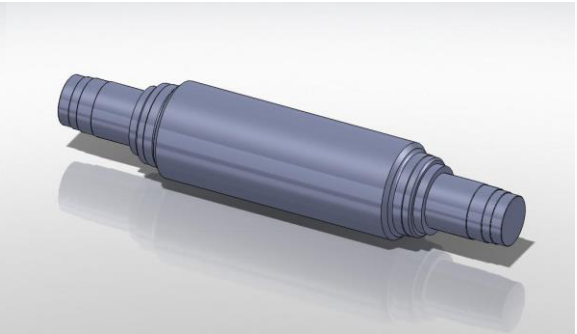


Figura 4.4 Rodillo de trabajo

Debido a la complejidad del diseño de los rodillos y para evitar el incremento del tiempo computacional fue necesario realizar pequeñas modificaciones en la geometría de los rodillos (ignorar chaflanes y redondeces). Estos cambios no generaran cambio en los resultados pero sin embargo se observa un cambio significativo en el tiempo computacional. El ensamble y los dibujos de los rodillos fueron realizados en Abaqus CAE para tener mayor facilidad en el manejo de las partes componentes del modelo.

La modelación del proceso se realizó en distintas etapas las cuales se pueden englobar en: dos estáticas y una dinámica. A continuación, se detalla cada una de las etapas de modelación del proceso.

#### **4.3.1 Modelación estática inicial**

La modelación del proceso se inició con un modelo estático en el que intervenían los cuatro rodillos (dos de trabajo y dos de apoyo), ensamblados de acuerdo a los dibujos de los castillos. Debido a la simetría que se presenta en la laminación fue posible hacer las siguientes adecuaciones para simplificar el modelo y a su vez disminuir el tiempo computacional. En la Figura 4.5 se muestran los modelos resultantes al aplicar las condiciones de simetría vertical y horizontal.

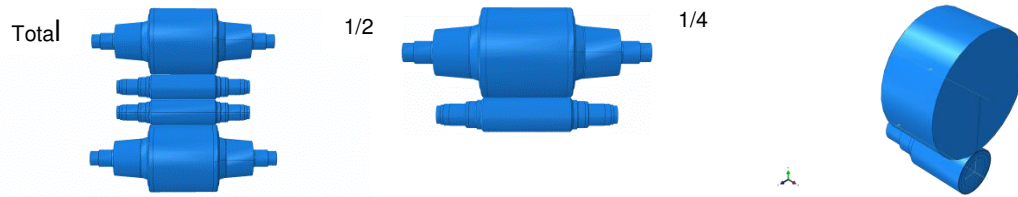


Figura 4.5 Geometría resultante después de aplicar condiciones de simetría vertical y horizontal

Gracias a esta simplificación el número de nodos y elementos disminuyó aproximadamente a una cuarta parte del número original. Agilizando la resolución del modelo y por lo tanto disminuyendo el tiempo computacional.

Debido a que el modelo es estático, la lámina pudo ser representada por medio de una fuerza distribuida en el arco de contacto sobre el rodillo de trabajo. El cálculo de esta zona fue delimitada por la diferencias de los espesores, utilizando la Ecuación 4.1, mostrada a continuación.

$$l = \sqrt{R(h_0 - h_1)} \quad \text{Ecuación 4.1}$$

Donde R, es el radio del rodillo;  $h_0$  y  $h_1$ , el espesor de entrada y de salida respectivamente.

Para obtener una respuesta correcta de la fuerza aplicada sobre el arco de contacto, fue necesario evaluar dos métodos. En el primer caso se distribuyeron cargas puntuales sobre los nodos que se encontraban en el área del arco de contacto de la lámina y el rodillo, en el segundo caso la fuerza es distribuida uniformemente como presión sobre el área ocupada por el arco de contacto. Ambos casos son ilustrados en las Figuras 4.6 y 4.7.

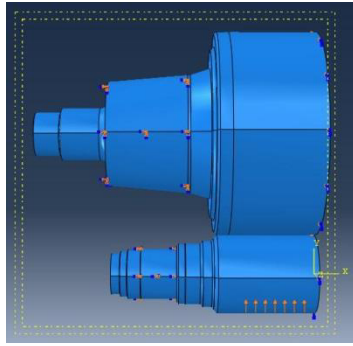


Figura 4.6 Distribución de la fuerza en el set de nodos.

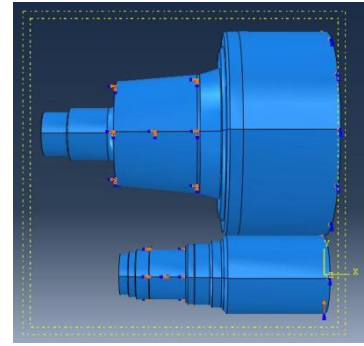


Figura 4.7 Distribución de la fuerza en el nodo central.

Otro aspecto importante a consideración en el modelo fue establecer los contactos entre los rodillos así como el coeficiente de fricción entre ellos. Para las condiciones de contacto se estableció como un contacto entre superficies en donde la superficie que rodea al Rodillo de Apoyo es la superficie esclava y la superficie rodeando al Rodillo de Trabajo es la superficie maestra. Además de las condiciones frontera establecidas en el modelo.

Como se sabe las condiciones frontera del modelo juegan un papel muy importante en la resolución del modelo, por lo que fue necesario realizar un análisis muy detallado sobre estas. Las condiciones frontera establecidas para este modelo estático, son detalladas a continuación y en la Figura 4.8:

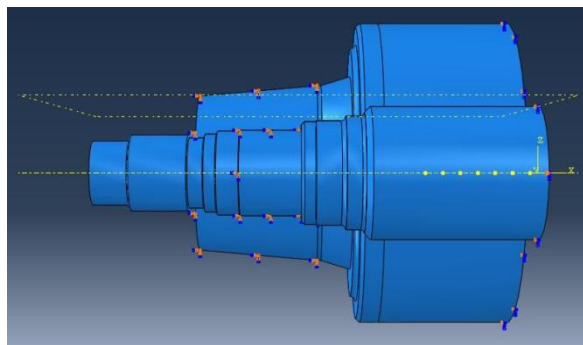


Figura 4.8 Condiciones frontera del modelo estático.

Condición de simetría en el centro de los rodillos, esta condición es indispensable para poder replicar la respuesta del modelo utilizando solamente una parte del modelo.

Restricciones de movimiento vertical y horizontal para los rodillos de trabajo y apoyo.

Con el desarrollo de este modelo fue posible comprobar que las condiciones de contacto, condiciones fronteras y el ensamble eran los correctos para reproducir el proceso.

#### **4.3.2 Modelo dinámico**

El propósito del modelo dinámico es recrear el proceso con las variables obtenidas durante el proceso industrial. Con esta recreación es posible predecir el comportamiento de la lámina y el rodillo durante el proceso de laminación, así como la forma resultante de la lámina.

A comparación del modelo estático, el modelo dinámico cuenta ya con una lámina la cual de igual forma que todo el modelo es sometida a las condiciones de simetría vertical y horizontal. Para modelar correctamente el comportamiento plástico de la lámina en el proceso, fue necesario aplicar pruebas de tensión a probetas de tensión hechas de láminas del acero evaluado para obtener una ecuación del tipo Power Law, describiendo el comportamiento constitutivo del material.

$$\sigma = Y + K\varepsilon^n \quad \text{Ecuación 4.2}$$

El contacto establecido entre los rodillos y la lámina fue establecido como contactos maestro-esclavo para obtener un correcto comportamiento de la deformación plástica de la lámina así como de la interacción de los rodillos.

El coeficiente de fricción mínimo posible entre la lámina y el rodillo fue calculado utilizando la siguiente ecuación, tomando en cuenta el cambio de espesor de la lámina así como el radio del rodillo de trabajo [58].



$$f = \tan \alpha_{max} = \frac{\sqrt{R \Delta h_{max}}}{\left(R - \frac{\Delta h_{max}}{2}\right)} \quad \text{Ecuación 4.3}$$

Debido al tamaño y a la simetría del molino, fue posible aplicar condiciones de simetría tanto en el eje vertical como en el horizontal para decrecer el tiempo computacional del modelo. Como se menciona en el capítulo anterior esta misma condición de simetría es aplicada en otros trabajos de simulación del proceso de laminación [59, 60]. En este modelo el número de elementos decreció cerca de un 75%. La Figura 4.9 muestra como las condiciones de simetría fueron aplicadas hasta llegar a usar solamente una cuarta parte del modelo. Otra condición importante que se realizó para disminuir el número de elementos fue utilizar el rodillo de apoyo como una parte rígida discreta, no sin antes comparar los resultados en el modelo al utilizarla como pieza rígida discreta o solido deformable.

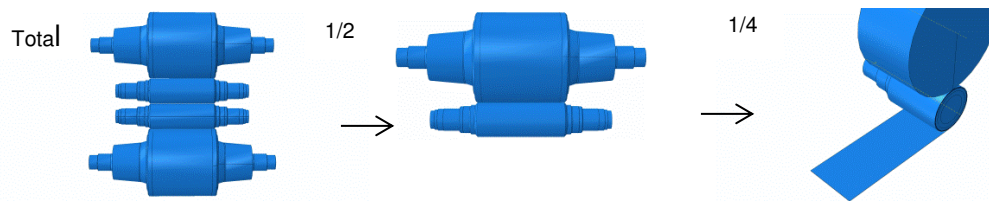


Figura 4.9 Geometría resultante tras aplicar condiciones de simetría en los ejes vertical y horizontal.

Como se mencionó anteriormente el modelo recrea el proceso de laminación en frío con datos obtenidos de la planta durante el proceso. Los datos involucrados en esta simulación son: velocidad de la lámina, velocidad angular del rodillo de trabajo, velocidad angular del rodillo de apoyo, la fuerza es un dato obtenido del modelo pero también suministrado dentro de la base de datos, este dato también fue utilizado para validar las predicciones obtenidas por el modelo.

Para obtener una respuesta correcta del desplazamiento de los nodos ubicados entre el rodillo de trabajo y la lámina, fue necesario tener una densidad de malla mayor entre el contacto del rodillo y la lámina que en otras partes del modelo.

Este tipo de malla con diferentes concentraciones de elementos a lo largo del modelo, esta misma condición se puede observar en diferentes trabajos de simulación de laminación. Como es el caso de A. Malik en el que el modelo está compuesto por una mayor concentración de elementos entre los contactos y en el cuerpo de los rodillos se observa un número menor de elementos [61]. Esta condición de mallado fue aplicada debido a las pequeñas dimensiones del espesor de la lámina, ya que para poder obtener una reproducción correcta del comportamiento de la lámina en el proceso es necesario tener por lo menos 4 capas de elementos en el espesor de la lámina. El mallado utilizado en el modelo dinámico es ilustrado en la Figura 4.10, en esta imagen se puede observar como la densidad de malla se incrementa en el contacto entre el rodillo de trabajo y la lámina. Así mismo las características de la malla están listadas en la Tabla 4.2.

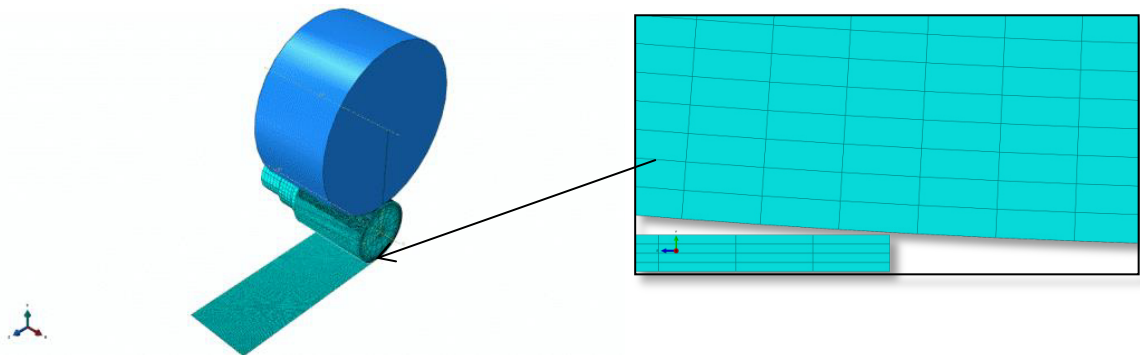


Figura 4.10 Malla utilizada en el modelo dinámico.

Tabla 4.2 Número y tipo de elementos utilizados en el modelo dinámico

Tipo de elemento		Número
Hexaedros lineales C3D8R		5,214,372
Cuña lineales C3D6		33,736

#### 4.3.2.1 Comparación de diferentes casos para simular la rotación del rodillo de trabajo en el modelo dinámico.

Se corrieron cuatro diferentes modelos para comparar su respuesta y seleccionar con la que se obtenga el mejor resultado. Cada modelo gira el rodillo de trabajo de diferente forma. En tres de los casos el rodillo de trabajo es considerado una pieza deformable. La Tabla 4.3 muestra los modelos y las características de cada uno.

Tabla 4.3 Lista de modelos analizados para la correcta reproducción del proceso de laminación en frío.

Modelo	Características
M1	Rodillo de trabajo rígido analítico
M2	Rodillo de trabajo girado por una placa circular
M3	Rodillo de trabajo girado por un tubo a través del cuerpo del rodillo
M4	Rodillo de trabajo girado por un tubo en la orilla del rodillo

##### 4.3.2.1.1 Rodillo de trabajo rígido analítico

Para probar el comportamiento correcto de las variables en el modelo, se hizo una simulación considerando al rodillo de trabajo como rígido analítico. La Figura 4.11 muestra el rodillo de trabajo rígido analítico en el modelo. La lámina en este modelo se redujo apropiadamente, probando que las propiedades utilizadas y ensamble fueron asignadas correctamente.

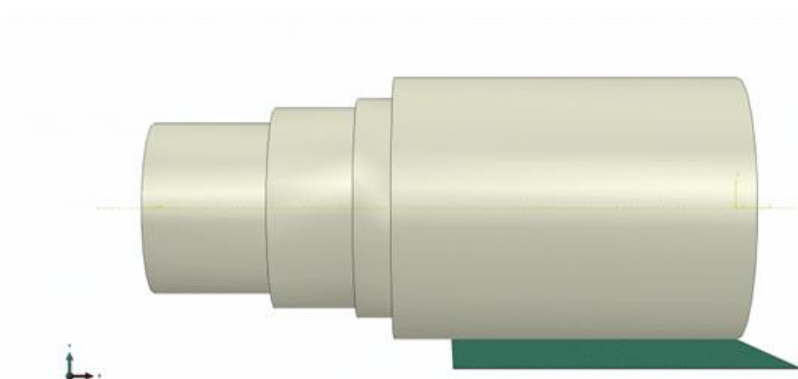


Figura 4.11 Modelo dinámico utilizando un rodillo de trabajo rígido analítico.

Aunque la solución de este modelo sea rápida y se pueda observar el comportamiento de la lámina, este modelo no puede ser utilizado para los propósitos de esta investigación, debido a que no se generan deformaciones en el perfil del rodillo de trabajo. Sin embargo se comprueba que la posición en relación al rodillo de trabajo es correcta, así como los valores de fricción, velocidad de lámina y velocidad de rotación del rodillo.

#### **4.3.2.1.2 Rodillo de trabajo girado por una placa circular**

Con el propósito de reproducir correctamente la respuesta de las variables en el proceso de laminación en frío, fueron aplicadas distintas adaptaciones. En este caso la rotación del rodillo de trabajo fue producida a través de una placa circular atada a la orilla del rodillo. Se denominó como superficie maestra a la placa y como superficie esclava al área situada a la orilla del rodillo (Figura 4.12).

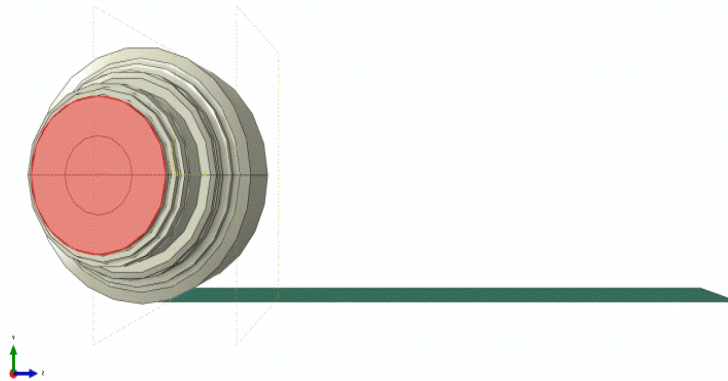


Figura 4.12 Interacción entre la placa circular y el rodillo de trabajo.

#### **4.3.2.1.3 Rodillo de trabajo girado por un tubo a través del rodillo de trabajo**

Otra estrategia utilizada para producir la rotación del rodillo sólido deformable fue insertar una pieza en este modelo. Esta pieza fue un tubo rígido analítico, el

cual fue ensamblado a través del rodillo de trabajo en el centro como se muestra en la Figura 4.13.

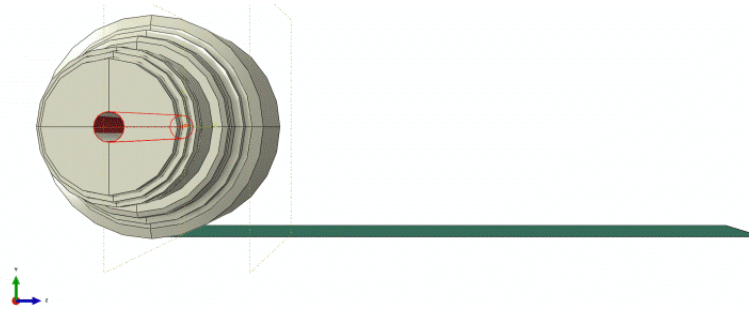


Figura 4.13 Ensamble del tubo rígido analítico a través del rodillo de trabajo.

La malla utilizada en el rodillo de trabajo en los modelos pasados no pudo utilizarse en este caso. Fue necesario crear una nueva malla considerando el espacio ocupado por el tubo a través del rodillo.

La malla del rodillo está constituido por 563,190 hexaedros lineales tipo C3D8R.

#### **4.3.2.1.4 Rodillo de trabajo rotado por un tubo en el cuello del rodillo de trabajo**

La estrategia del tubo a través del rodillo fue buena, pero también interfirió en la respuesta de las variables del proceso. En este modelo el tubo es también una parte rígida analítica, pero el tubo en este modelo es de menor tamaño y solo atraviesa la parte del cuello del rodillo como se puede observar en la Figura 4.14. Con este arreglo fue posible encontrar un modelo en el cual el tubo no interfiera con la flexión del rodillo durante el proceso.

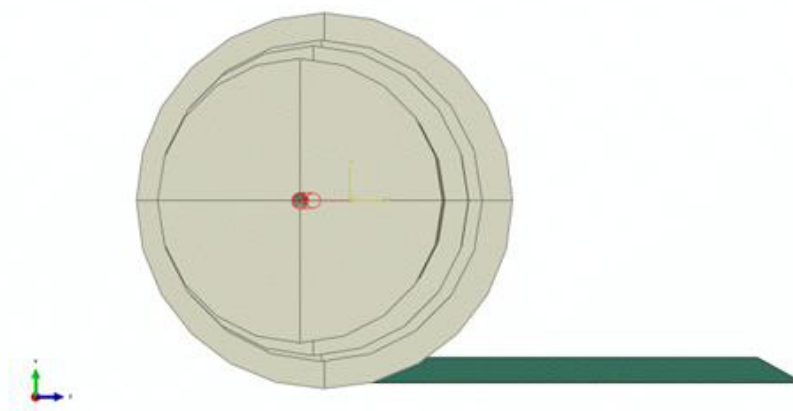


Figura 4.14 Tubo rígido discreto a través del cuello del rodillo de trabajo.

Este último modelo fue seleccionado para reproducir el proceso en el modelo dinámico. Como sucedió en el modelo anterior, también se debió de modificar la malla del rodillo de trabajo para así poder introducir el tubo rígido analítico en el cuello del rodillo de trabajo y obtener una respuesta correcta del modelo. A continuación en la Tabla 4.4 se detalla los componentes de la malla del modelo.

Tabla 4.4 Número y tipo de elementos en el rodillo de trabajo.

Tipo de elemento	Número
Hexaedro lineal C3D8R	429,772
Cuña lineal C3D6	3,656

El mallado del Rodillo de Trabajo para este modelo, esta compuesto por elementos hexaédricos lineales de un tamaño más pequeño en la parte exterior del rodillo. Esta parte exterior es la que esta en contacto con la lámina y el Rodillo de Apoyo. Además de que en las orillas del Rodillo de Trabajo también existen elementos más grandes. Esto con el fin de disminuir la cantidad de elementos en la malla del rodillo. Las Figuras 4.14 y 4.15 muestran el mallado utilizado en el Rodillo.

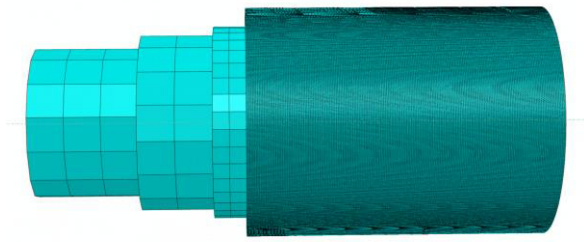


Figura 4.14 Vista frontal del mallado del Rodillo de Trabajo

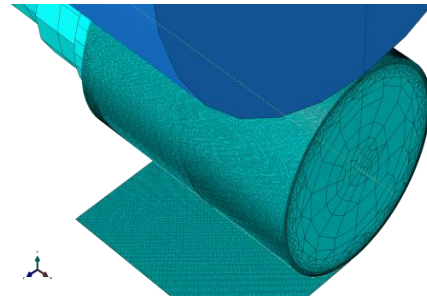


Figura 4.15 Vista isométrica del mallado del Rodillo de Trabajo.

#### 4.3.2.1.1 Modelado de la lámina en el modelo dinámico

Debido a que el modelo dinámico cuenta con la presencia de la lámina es necesario establecer las condiciones en las cuales entra al molino de laminación. Para el caso del rollo seleccionado se dibujó una geometría de acuerdo al espesor especificado en la base de datos, adecuándole a la lámina un perfil ideal de entrada para obtener una respuesta adecuada del perfil resultante tras la deformación. El perfil de entrada de la lámina es ilustrado en la Figura 4.16.

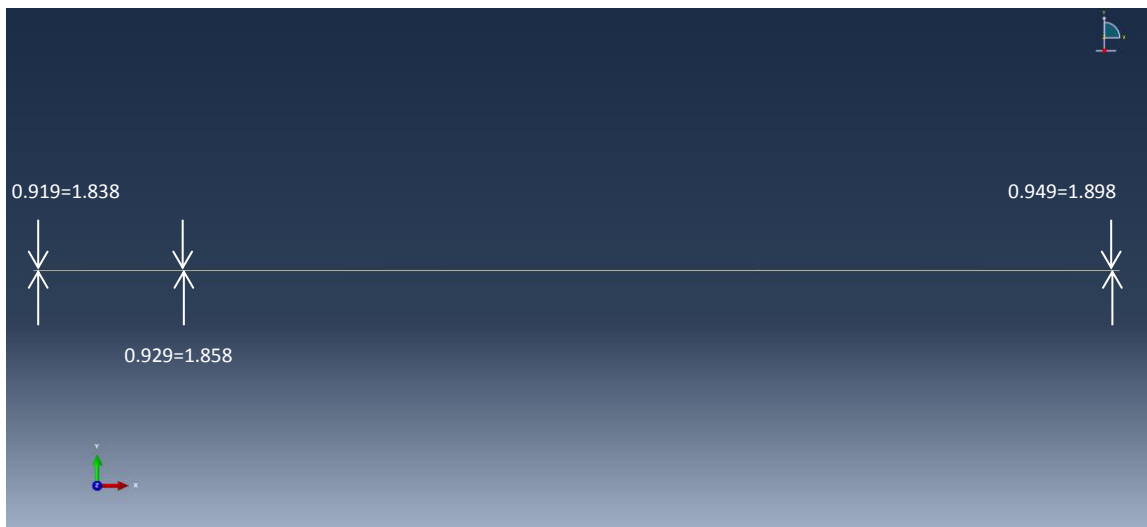


Figura 4.16 Perfil de entrada de la lámina.

El mallado de la lámina está compuesto por cuatro capas de hexaedros lineales distribuidos en el espesor de la lámina. El tamaño de los elementos utilizados fue asignado de acuerdo al espesor de cada elemento, ya que para obtener una respuesta adecuada del fenómeno es necesario que el tamaño de cualquiera de los lados no sea superado por mucho en cualquier dirección. La Figura 4.17 muestra el mallado utilizado en la lámina del modelo dinámico.

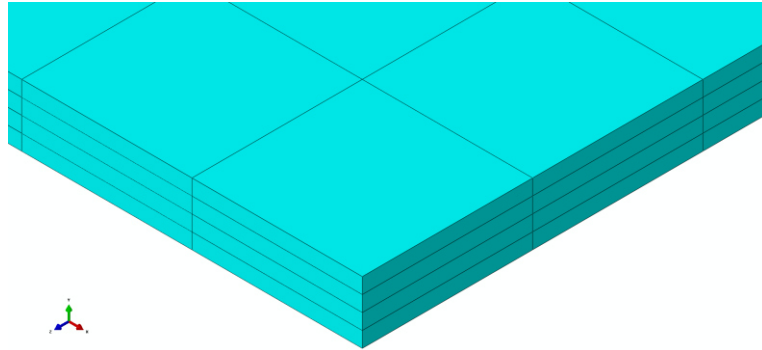


Figura 4.17 Mallado utilizado en la lámina.

El tamaño de elemento utilizado en la cara superior de la lámina coincide con el tamaño utilizado en la parte exterior del Rodillo de Trabajo. Es importante mencionar que el mallado utilizado en la lámina utiliza el Hourglass control stiffness, esto para evitar una deformación incorrecta de los elementos en forma de reloj de arena.

#### **4.3.2.1.2 Cuarto castillo, utilizando el modelo del Rodillo de Trabajo rotado por el tubo a través del cuello**

Para reproducir el comportamiento del cuarto castillo del molino en el cual se aplica el bending. Se utilizó el modelo girado por el tubo en el cuello con ciertas variaciones en las condiciones frontera para permitir el movimiento vertical de la orilla del rodillo para la aplicación de la fuerza del bending.

El mallado del modelo permanece igual que en el modelo utilizado para los otros castillos. En la Figura 4.18 se muestra la zona en donde se es aplicada la fuerza del bending.



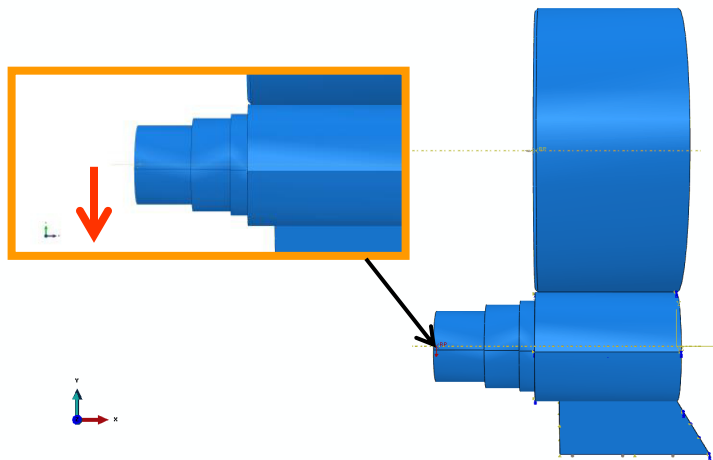


Figura 4.18 Aplicación del bending al modelo dinámico.

### 4.3.3 Simplificación estática

Este modelo estático es una simplificación del modelo dinámico, en el que se reproduce el proceso de laminación en frío utilizando un arco y un arreglo de resortes distribuidos sobre la cara interna del arco. Esta aplicación del arco estático fue realizado en otros trabajos pero utilizando otras condiciones (sin resortes) para representar el cuerpo del rodillo [62]. Con el uso de esta simplificación el tiempo computacional disminuye significativamente, ahorrando recursos.

El arco utilizado en este modelo representa la parte exterior del rodillo de trabajo (Figura 4.19), este arco tiene una longitud equivalente a la del rodillo de trabajo, el ángulo formado por el arco representa  $1/6$  de la circunferencia del rodillo de trabajo. Para obtener un espesor óptimo para el arco, fue necesario examinar los resultados de la distribución de esfuerzos del modelo dinámico (Figura 4.20), con estos datos se obtuvo un volumen del arco en el que los esfuerzos pueden estar distribuidos correctamente. Las propiedades del arco son las mismas que las del rodillo de trabajo utilizado en el modelo dinámico.



Figura 4.19 Arco representando la parte exterior del rodillo de trabajo.

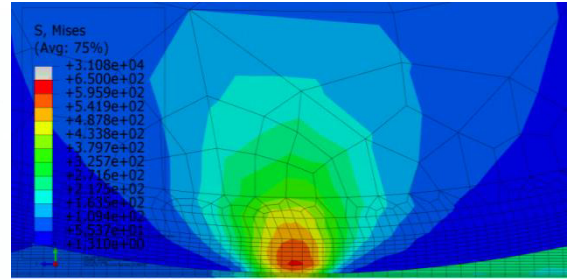


Figura 4.20 Distribución de esfuerzos en el rodillo de trabajo en contacto con la lámina.

La malla aplicada a este modelo trata de replicar la malla utilizada en el modelo dinámico, con algunas variaciones para disminuir el número de elementos; esta lámina está compuesta por elementos hexaedros lineales. En el centro del arco se puede observar como la densidad de malla es mayor en que en las orillas del arco, esto debido a que la fuerza es aplicada en el centro del arco. Para obtener una mejor respuesta del modelo es necesario tener un mayor número de elementos en esta región . Las Figuras 4.21 y 4.22 muestran las similitudes y diferencias entre las mallas. La Tabla 4.5 muestra la descripción de la malla utilizada en la simplificación estática.

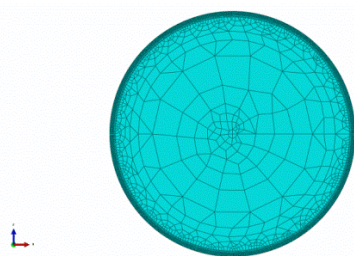


Figura 4.21 Malla utilizada en el modelo dinámico.

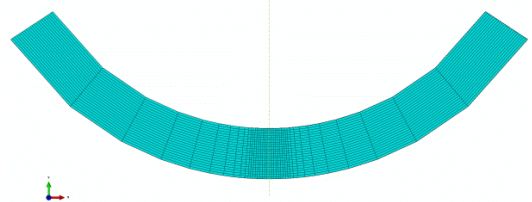


Figura 4.22 Malla utilizada en el modelo estático.

Tabla 4.5 Descripción de la malla utilizada en la simplificación estática

Número total de nodos	638, 664
Número total de elementos	594, 396
Tipo de elemento	Hexaedros lineales C3D8R

La lámina está representada por una fuerza aplicada sobre el arco de contacto, el área de la fuerza es calculada con la ecuación 4.4; la distribución de la fuerza depende de las propiedades del acero y de las características de la lámina (espesor y ancho). Un ejemplo de la representación de la lámina con una fuerza se puede observar en la Figura 4.23.

$$L = \sqrt{R_o t_i r} \quad \text{Ecuación 4.4}$$

Dónde:  $R_o$  es el radio del rodillo;  $t_i$  es el espesor inicial de la lámina y  $r$  es la reducción del espesor [63].

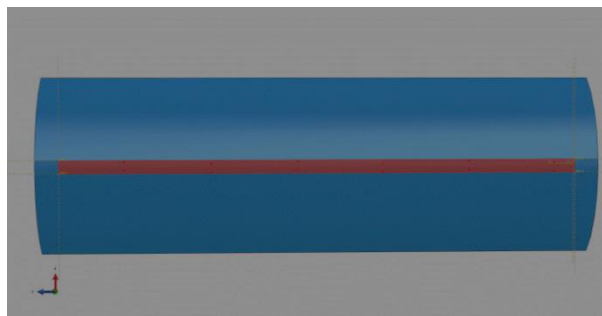


Figura 4.23 Fuerza distribuida sobre el arco de contacto representando la lámina.

La flexión del rodillo de trabajo y el soporte del rodillo de apoyo son representados por el arreglo de resortes colocado en el centro del arco, los resortes pueden ser observados en la Figura 4.24.

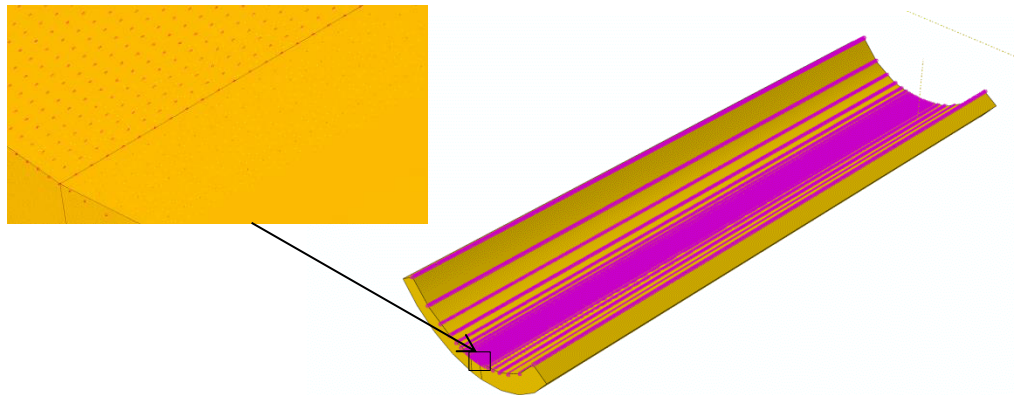


Figura 4.24 Resortes distribuidos sobre la cara interior del arco, representado el comportamiento del rodillo de trabajo y el rodillo de apoyo.

Para calcular el coeficiente “K” de los resortes actuando sobre la cara interna del arco se obtuvo la flexión del rodillo de trabajo midiendo el desplazamiento vertical de los nodos situados en el centro del rodillo de trabajo, en la Figura 4.25 se puede observar la distribución y ubicación del grupo de nodos en el que se hizo la medición.

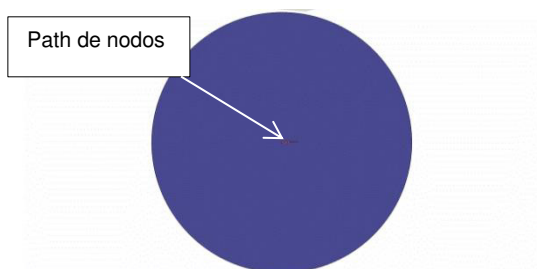


Figura 4.25 a) Vista lateral del Path de nodos.

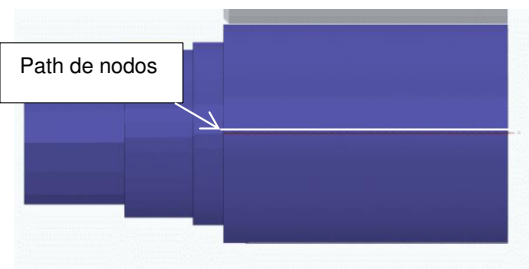


Figura 4.25 b) Vista frontal del Path de nodos.

Las mediciones obtenidas fueron graficadas contra la distancia de la tabla del rodillo (del extremo al centro) dando como resultado la gráfica mostrada en la Figura 4.26. Se puede observar como la línea es discontinua al principio, este

efecto se debe a que esta es la zona donde aún no hay lámina. La flecha indica a partir de donde empieza la lámina.

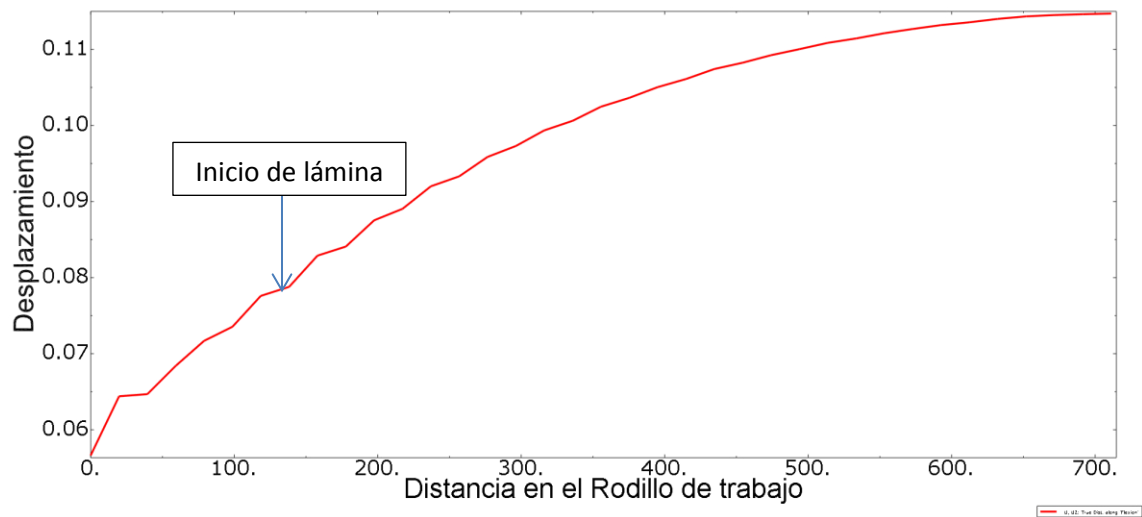


Figura 4.26 Flexión del rodillo de trabajo.

Con los valores de la flexión y la fuerza obtenidos en el modelo dinámico, fue posible calcular por medio de una variación de la ley de Hooke (Ecuación 4.5) los coeficientes “K” para los resortes.

$$K = \frac{F_r}{nx} \quad \text{Equation 4.5}$$

Dónde:  $F_r$  es la fuerza de reacción,  $n$  es el número de resortes localizados en el arco y “ $x$ ” es el desplazamiento vertical máximo dividido entre dos debido a la simetría.

Con este modelo estático la cantidad de nodos y elementos disminuye considerablemente, observando un cambio significativo en el tiempo computacional del modelo. En la Tabla 4.6, se pueden observar las diferentes características de cada modelo.

Tabla 4.6 Características del modelo dinámico y la simplificación del modelo estático.

	<b>Modelo dinámico</b>	<b>Modelo estático</b>
Número total de nodos	5,642,832	638, 664
Número total de elementos	5,248,108	594, 396
Tipo de elemento	Hexaedros lineales (C3D8R) y cuña lineales (C3D6)	Hexaedros lineales (C3D8R)
Tiempo computacional	291,851	4,816.2
Incrementos	886,952	17

#### **4.3.3.1 Aplicación del modelo estático a diferentes productos de laminación**

Como se observa una notoria diferencia entre los modelos dinámicos y simplificación estática. Se decidió utilizar la simplificación estática para calcular la corona de laminación en diferentes casos. Para esto fue necesario encontrar los casos que representen la producción del molino tándem, con datos que puedan ser reproducidos en el modelo de simplificación estática. Las variables que se consideraron para la clasificación de estos casos fueron las siguientes: Ancho,  $\Delta h$  (diferencia de espesor) y la Fuerza por unidad de ancho. Aplicando la selección con las variables anteriores nos resultó la matriz de experimentos de la Tabla 4.7.

Tabla 4.7 Matriz de experimentos aplicados al modelo de simplificación estática.

Ancho\ $\Delta h$	0.0077-0.1322	0.1323-0.25683	0.25684-0.3814
753-935.6			
953.7-1118.26			
1118.27-1301			

Fuerza por unidad de ancho	0.0148-0.51086	0.51087- 1.00693	1.00694-1.503
----------------------------------	----------------	---------------------	---------------

## 5. Resultados

---

En el siguiente capítulo se abordan los resultados obtenidos con los tres tipos de modelos creados para reproducir el proceso de laminación en frío en el molino tándem.

### 5.1 Modelo estático inicial

Con la resolución del modelo estático se pudo observar como las condiciones de simetría podían ser aplicadas en ambos ejes. Obteniendo los resultados de ambos modelos tomando los rodillos completos y los rodillos cortados a la mitad. En la Figura 5.1 se muestra una gráfica comparativa de perfiles obtenidos con modelos utilizando la condición de simetría contra modelos usando el rodillo completo, todos los modelos mostrados en la Figura 5.1 utilizan un mallado similar.

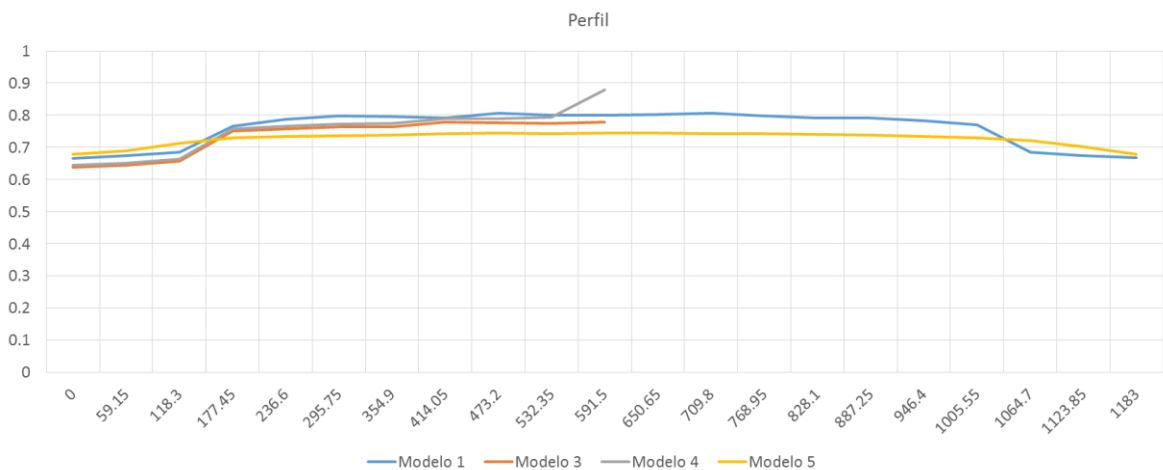


Figura 5.1 Comparación de perfiles resultantes en el modelo estático.



Otro factor importante para el modelado que se obtuvo con ayuda del modelo estático, fue la selección del elemento utilizado en el mallado. Se usaron elementos: tetraédricos, tetraédricos cuadráticos, hexaedros y hexaedros cuadráticos. La Figura 5.2 ilustra el comportamiento de las diferentes mallas, el tiempo que tarda el análisis con cada tipo y cantidad de elementos.

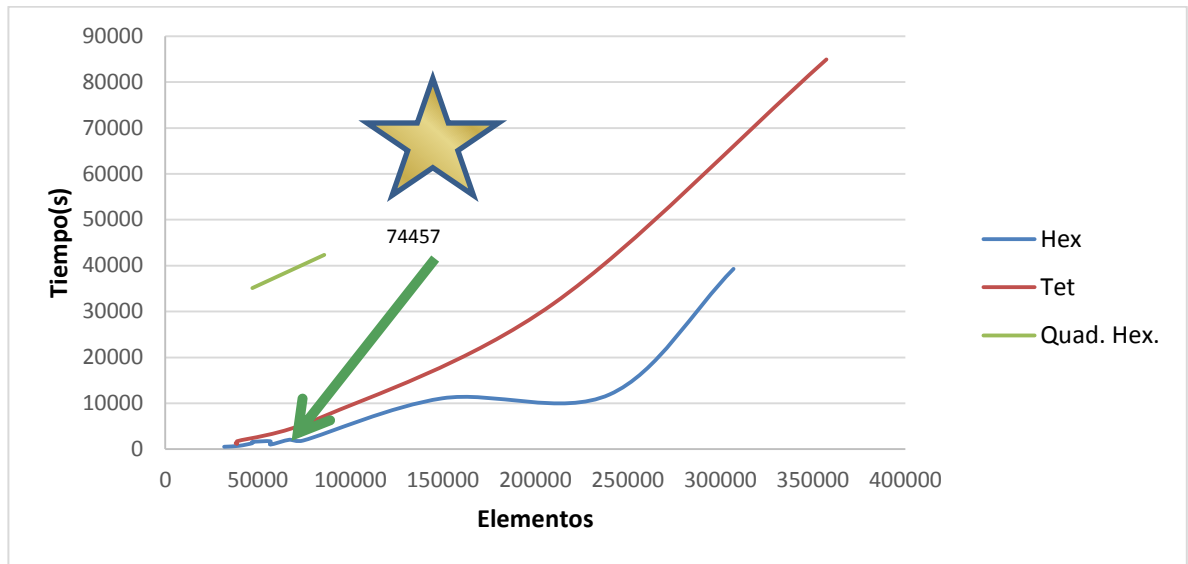


Figura 5.2 Comparación de las diferentes densidades de malla para cada elemento.

Además al realizar el mallado del modelo estático se observó la importancia que existe entre la malla de los contactos de las piezas. Ya que en los casos donde el tamaño del elemento de la malla del Rodillo de Trabajo era muy diferente de elemento utilizado en el Rodillo de Apoyo existía una variación del perfil resultante con respecto a los otros modelos. Esta situación se puede explicar utilizando la Figura 5.3.

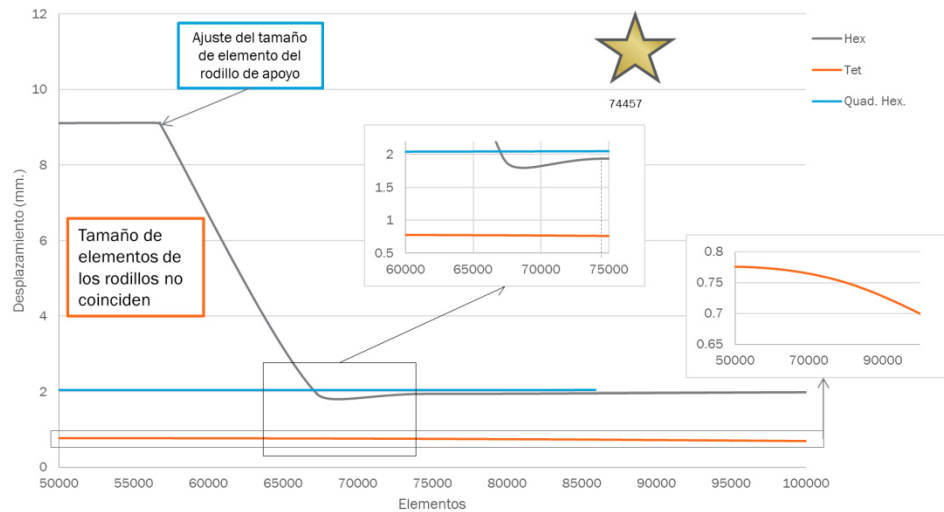


Figura 5.3 Comparación de mallados y densidad de malla entre piezas.

El modelo estático ayudó a establecer las condiciones frontera en el modelo, los contactos entre los rodillos y el arco de contacto entre la lámina y el Rodillo de Trabajo. La mayoría de estas condiciones fueron replicadas en los siguientes modelos, claro variando ciertas condiciones de acuerdo a la naturaleza del modelo.

## 5.2 Modelo dinámico

Con el modelo dinámico es posible replicar la respuesta de la lámina en el proceso de laminación en frío. El modelo dinámico seleccionado para reproducir el proceso de laminación en frío fue aquel que gira con ayuda de un pequeño tubo rígido en la orilla del rodillo. Ya que este tubo permite una correcta rotación del rodillo sin que se afecte la flexión del rodillo del trabajo.

El mallado del Rodillo de Trabajo usado en este modelo está compuesto de 2,209,428 elementos (2,688,327 nodos) los cuales proporcionan una respuesta adecuada al proceso y al perfil resultante de laminación. Para evitar un incremento de elementos se utilizó el Rodillo de Apoyo como una pieza rígida analítica.

Después de correr este modelo la lámina se reduce 0.232 mm, aunque de acuerdo a la posición del rodillo de trabajo la reducción del espesor de la lámina

debería de ser mayor, pero un factor influyente en la deformación es el retorno elástico de la lámina, el cual no se tomó en cuenta para este modelo. En la Figura 5.4 se observa la deformación plástica de la lámina al pasar por el castillo de laminación.

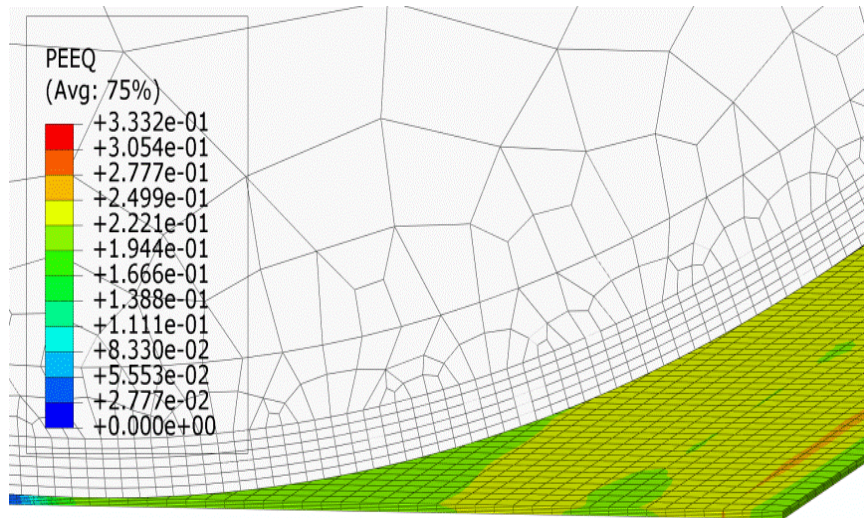


Figura 5.4 Deformación plástica en la lámina después del castillo de laminación.

En la Figura 5.5 se puede observar como la lámina después del castillo de laminación llega a un estado estable, en el que la deformación plástica se estabiliza a partir de la salida del molino de laminación.

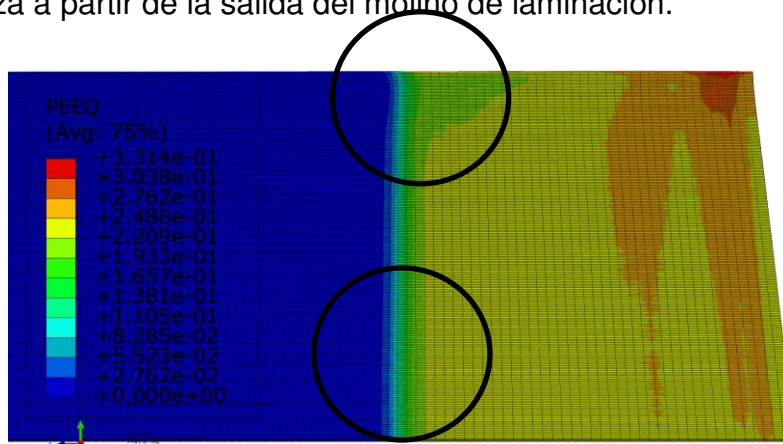


Figura 5.5 Deformación plástica de la lámina llegando a un estado estable tras pasar el molino de laminación.

La distribución de esfuerzos es un factor importante en el desarrollo de este modelo, debido a la relación existente entre los esfuerzos y las deformaciones. Es por eso que las concentraciones de esfuerzos en este modelo deben estar situadas en el contacto entre la lámina y el rodillo de trabajo, tanto como en el contacto del rodillo de trabajo con el rodillo de apoyo. La Figura 5.6, muestra la distribución de esfuerzos que existe entre el rodillo de trabajo y la lámina durante el proceso.

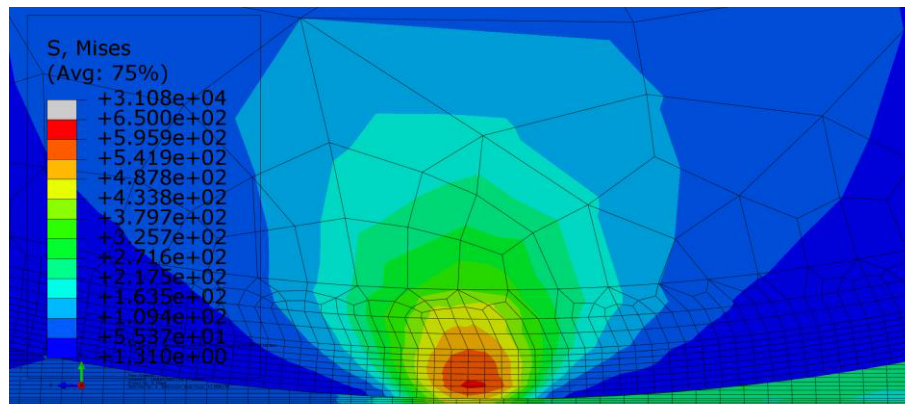


Figura 5.6 Concentración de esfuerzos existente durante el proceso en el contacto del rodillo de trabajo y la lámina.

Con este modelo fue posible medir el perfil del rodillo de trabajo el cual le da la forma a lámina procesada en el molino de cuatro rodillos. Un ejemplo de estas mediciones se puede observar en la Figura 5.6, la cual muestra el desplazamiento vertical de los nodos situados en la posición más baja del arco de contacto que existe entre la lámina y el rodillo de trabajo.

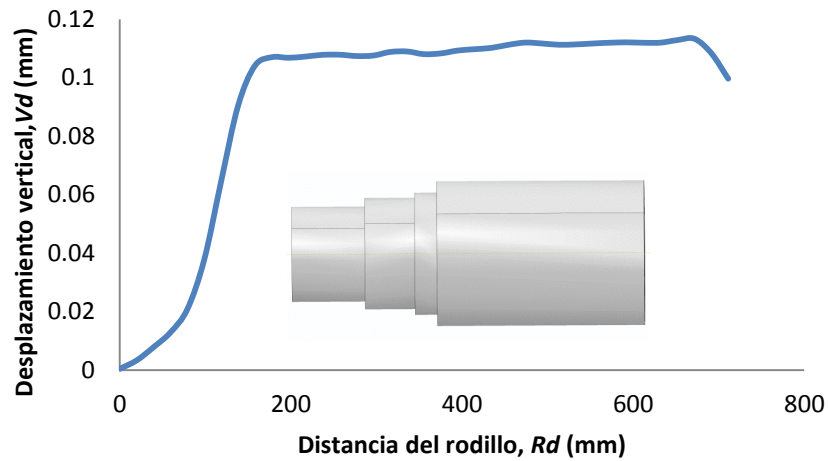


Figura 5.6 Perfil resultante en el rodillo de trabajo del modelo dinámico para una lámina de 1183 mm.

Para una comprobación del correcto funcionamiento del modelo dinámico, se realizó una comparación entre la fuerza de reacción obtenida en el modelo dinámico y la fuerza medida en el molino durante el proceso en la planta. Los resultados de esta comparación se pueden observar en la siguiente Figura 5.7 donde se grafica la fuerza de reacción en el modelo y se puede observar como esta llega a un estado estable en el que la fuerza de reacción se iguala a la fuerza medida en el proceso. Un factor importante que se debe de tomar en cuenta para esta comparación es la condición de simetría utilizada en el modelo dinámico.

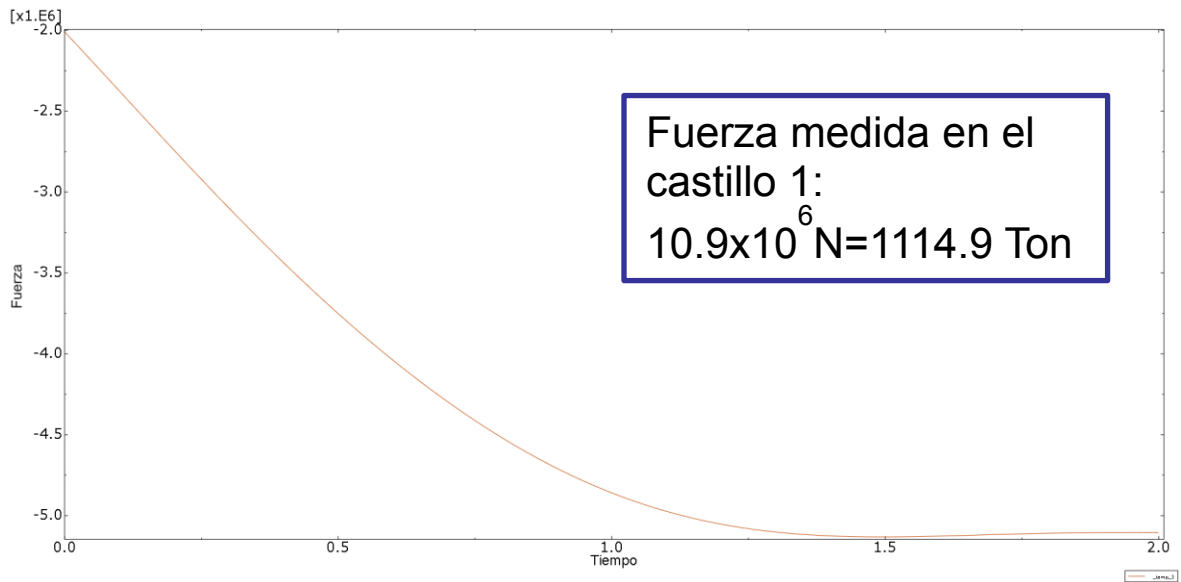


Figura 5.7 Comparación de la fuerza de reacción vertical obtenida en el modelo dinámico y la fuerza de reacción medida en el castillo de laminación durante el proceso industrial.

### 5.3 Simplificación modelo estático

El modelo simplificado estático compuesto por el arreglo de resortes y el arco estático, es capaz de reproducir el perfil del rodillo de trabajo obtenido por el modelo dinámico, disminuyendo el tiempo computacional significativamente. La Figura 5.8 muestra la distribución de esfuerzos en este modelo, en la Figura 5.9 se puede observar como el desplazamiento de los nodos es mayor en el centro del rodillo, donde se ubica la lámina (en este caso representada por una fuerza).

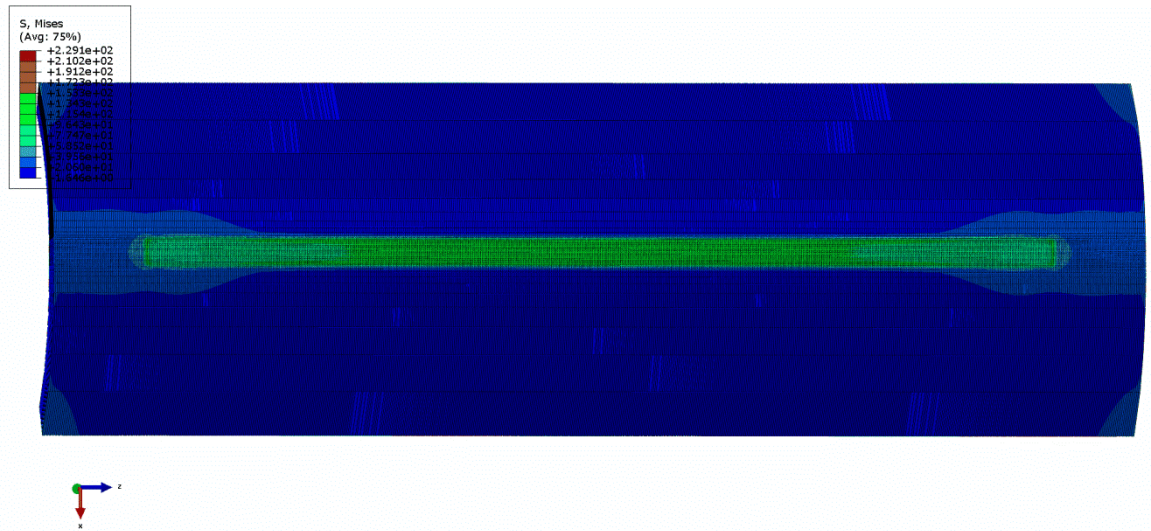


Figura 5.8 Concentración de esfuerzos resultante en el modelo estático simplificado.

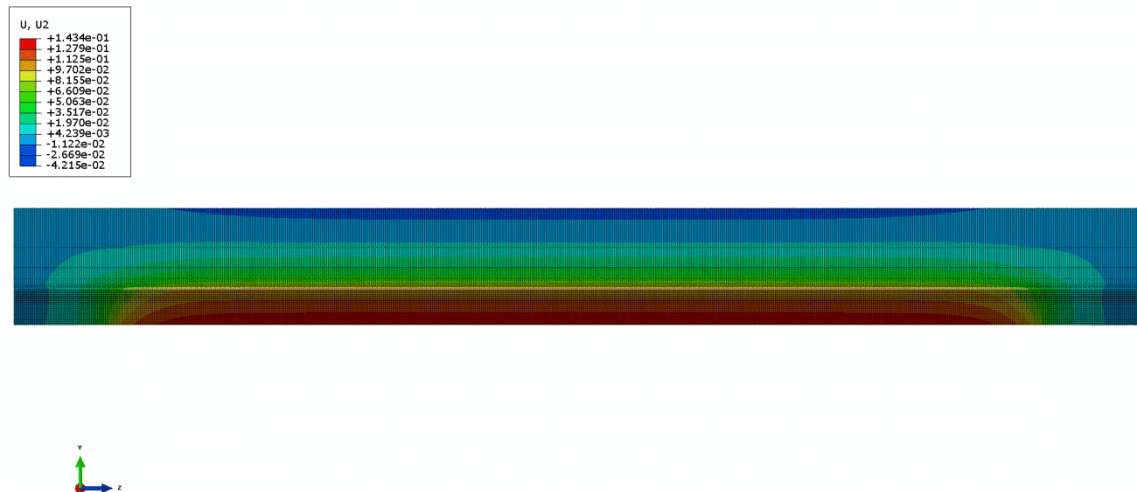


Figura 5.9 Desplazamientos verticales en modelo estático simplificado.

A continuación las Figuras 5.10 y 5.11, muestran la similitud que existe entre ambos perfiles resultantes en láminas de 1301 mm. y 1183 mm. de ancho.



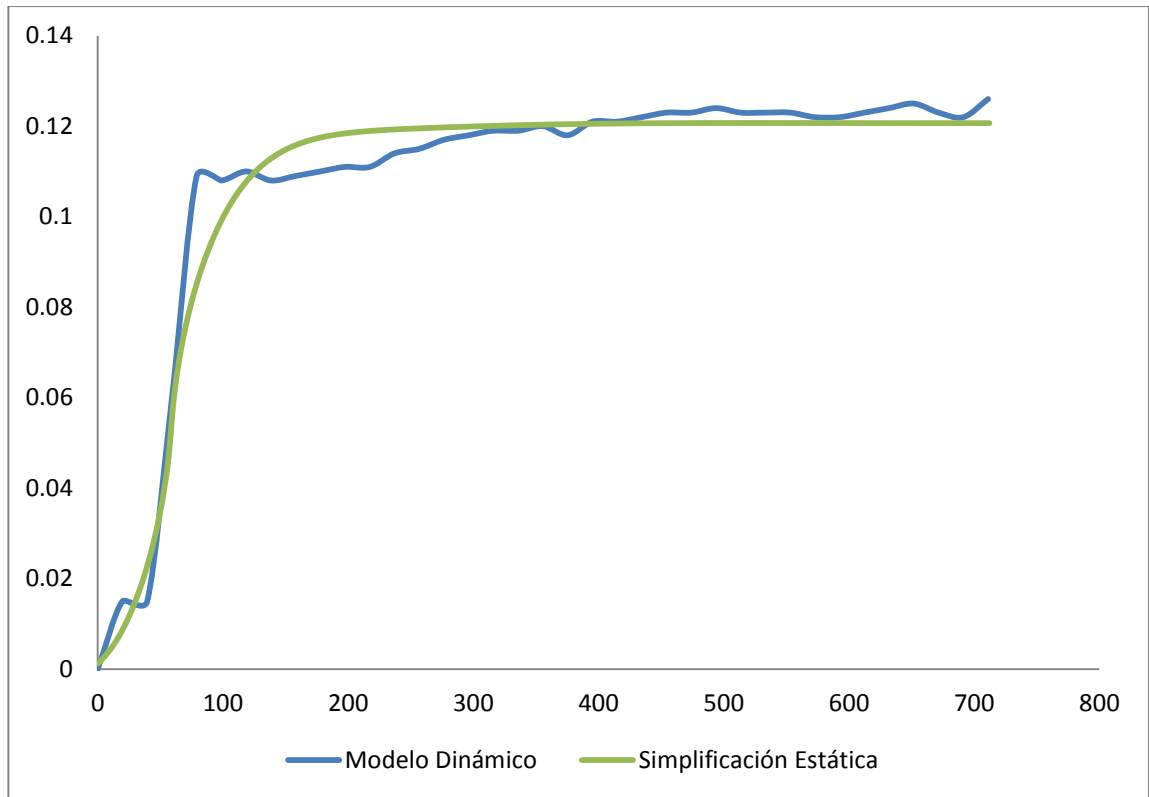


Figura 5.10 Comparación de perfiles resultantes para una lámina de 1301 mm.

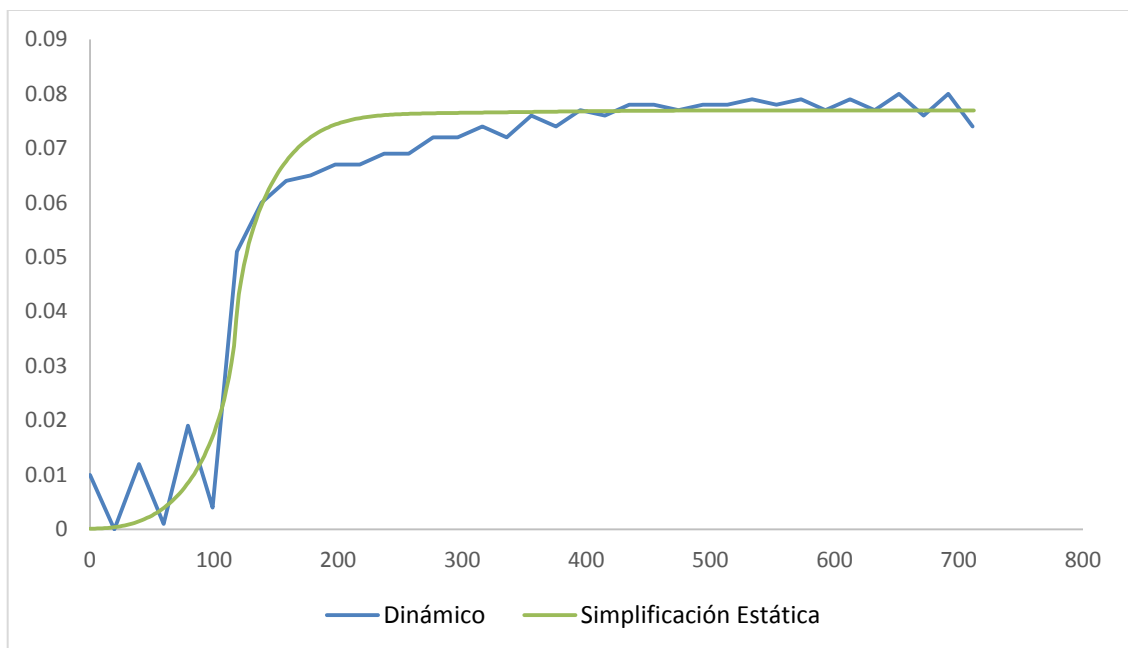


Figura 5.11 Comparación de perfiles resultantes para una lámina de 1183 mm.



Como se puede observar la diferencia entre las gráficas de los perfiles resultantes es mínima, además de que el modelo simplificado es funcional para láminas de distintos anchos. Por esta razón y con ayuda de modelos estáticos y dinámicos fue posible generar la gráfica en la Figura 5.12. En la cual se puede observar la relación que existe entre el coeficiente de rigidez y el ancho de la lámina, como el valor de “K” incrementa proporcionalmente al valor del ancho de la lámina. Obteniendo una ecuación para el comportamiento de la rigidez, para así encontrar el valor de esta con ayuda del ancho de la lámina.

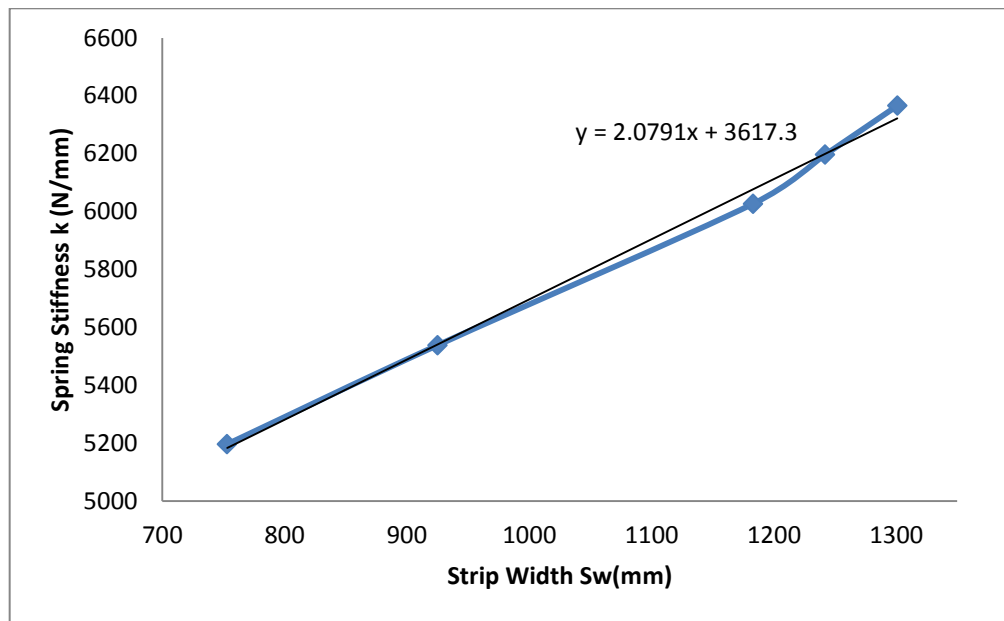


Figura 5.12 Grafica del comportamiento del coeficiente de rigidez de los resortes contra el ancho de lámina.

Otra de las variables importantes en el proceso es el uso de diferentes materiales durante el proceso de laminación. La representación de estos materiales en el modelo fue realizada por medio de variaciones en la ecuación de plasticidad del material de la lámina, para así simular propiedades de distintos materiales en el proceso. Con estos se obtuvieron los datos graficados en la Figura 5.13, la cual nos muestra además como varia el valor de la rigidez con respecto a la fuerza aplicada en el molino.

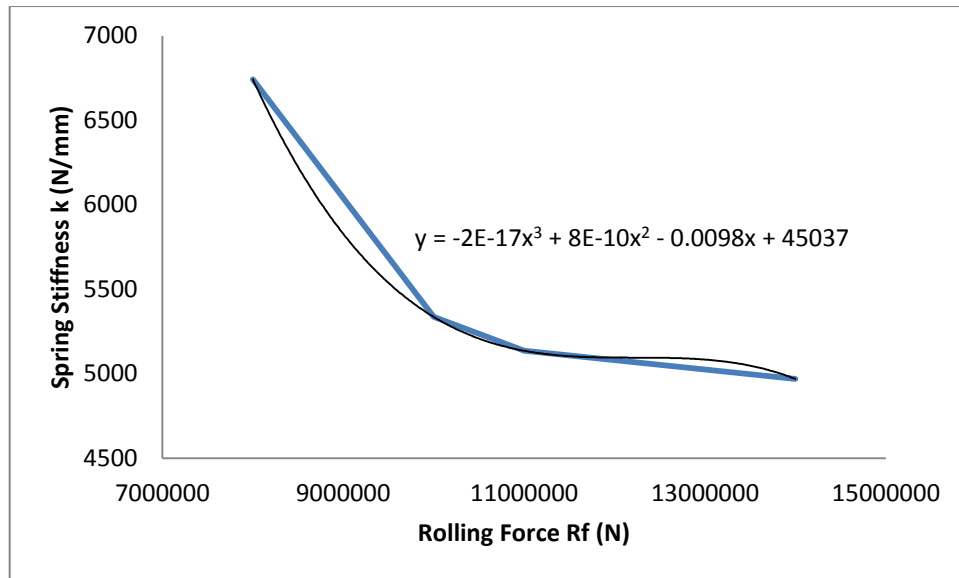


Figura 5.13 Comportamiento del coeficiente “K” del resorte con respecto al a fuerza aplicada en el proceso.

Debido a que los dos modelos son capaces de reproducir el perfil de laminación en el proceso, en la Tabla 5.1 se muestra una comparativa entre los dos modelos. Donde se puede observar la gran diferencia que existe entre los dos modelos en cuanto al tamaño de la malla, el tiempo computacional y en el número de incrementos.

Con esta tabla comparativa se puede deducir la eficacia que tiene el modelo simplificado, ya que proporciona resultados muy cercanos a los obtenidos en el modelo dinámico sin sacrificar tantos recursos.

Tabla 5.1 Comparación entre el modelo dinámico y el modelo de simplificación estática.

	Dinámico	Arco Estático
Número de nodos	2,688,327	638, 664
Número de elementos	2,209,428	594, 396
Tipo de elemento	Hexaedros lineales (C3D8R) and wedge lineales (C3D6)	Hexaedros lineales(C3D8R)
Tiempo CPU	291, 851	4, 816.2
Incrementos	886, 952	17

## 6. Discusión

---

- Obtener una base de datos del proceso en la planta. Seleccionando los cinco grupos más representativos de la producción.

Como primer paso se realizó una clasificación de la base de datos de la empresa en cinco grupos representativos de la producción del Tándem. Para selección se tomaron en cuenta diferentes características de los productos, como: ancho de lámina, espesor de entrada, espesor de salida y grado de acero. Se dividió cada una de las características mencionadas anteriormente en clases y utilizando herramientas estadísticas se hizo la agrupación. El grupo principal está compuesto con las características del producto más fabricado en el molino, de este se tomó un producto en específico para reproducir en el modelo numérico. Este producto tiene distintas aplicaciones como: electrodomésticos y automóviles. Además de que una gran cantidad de este acero pasa al proceso de galvanizado.

- Crear un modelo estático del proceso, utilizando los valores obtenidos en la base de datos. En el que intervienen datos como fuerza, longitud de arco y simetría del modelo.

Posteriormente se creó un modelo estático utilizando el producto anteriormente mencionado. Con este modelo se fue capaz de establecer la longitud del arco de contacto entre la lámina y el rodillo de trabajo. Además de poder establecer la relación entre la fuerza medida en la planta y la deformación resultante en el perfil de laminación.

Durante el desarrollo del modelo estático se encontró que las condiciones de simetría podían aplicarse al modelo sin afectar los resultados obtenidos. Esta condición ha sido utilizada en análisis de forma en procesos laminación por

distintos autores como es el caso de Jian y Abdelkhalek [1, 2]. En el caso de Abdelkhalek aplica la simetría al castillo en los ejes vertical y horizontal. Por otra parte Jiang aplica la simetría solo a la lámina, el utiliza solo la cuarta parte de la geometría como sólido deformable y el resto como parte rígida. En la Figura 6.1 se puede observar las condiciones de simetría utilizadas por Jiang en la lámina. En este trabajo se utilizó inicialmente las condiciones de simetría vertical, posteriormente se analizó la simetría en el eje vertical y horizontal. Al observar los resultados de estos modelos se observó que la simetría podía ser aplicada en ambos ejes disminuyendo el tiempo de cómputo.

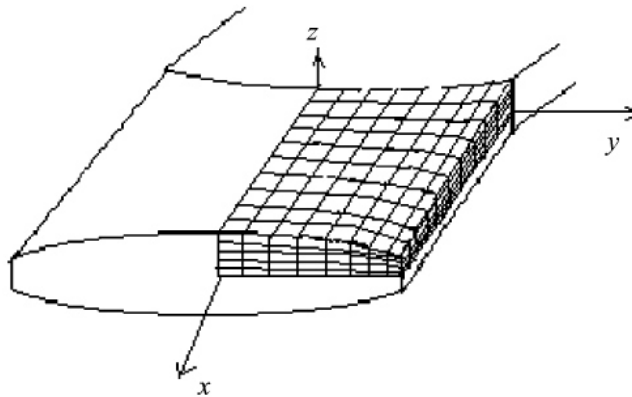


Figura 6.1 Condiciones de simetría utilizadas por Jiang [1].

En el desarrollo del modelo estático se observó la influencia que existe entre el tipo de elemento utilizado, la densidad de malla y la relación del mallado que debe existir entre las piezas en contacto (en este caso entre rodillos). Estos resultados se muestran en las Figuras 5.2 y 5.3 en donde se puede observar como estos factores pueden llegar a generar un resultado erróneo o en su defecto un tiempo muy largo de resolución.

- Realizar un modelo dinámico el cual replique el proceso con variables como velocidad, posición de la lámina y giro de los rodillos.

En el desarrollo de esta investigación fue necesario realizar un modelo dinámico en el que se incluyó un mayor número de variables del

proceso como: la lámina, velocidad de la lámina, velocidad de los rodillos así como la fricción entre la lámina y los rodillos.

La diferencia más notoria entre el modelo dinámico y el modelo estático es la presencia de la lámina. Ya que en el caso del modelo estático estaba representada por una fuerza. Además de incluir la lámina modelo, se establecieron las condiciones de movimiento correspondientes de acuerdo a la base de datos.

Para poder realizar una correcta recreación del proceso de formado en la lámina es necesario introducir un perfil de entrada. Esta misma consideración es contemplada por el trabajo de autores [2, 3, 4].

Durante el desarrollo de esta investigación se aplicaron dos casos: una lámina totalmente plana y una lámina con un perfil entrante. La Figura 6.5 nos muestra una gráfica comparativa de los perfiles obtenidos con las dos láminas.

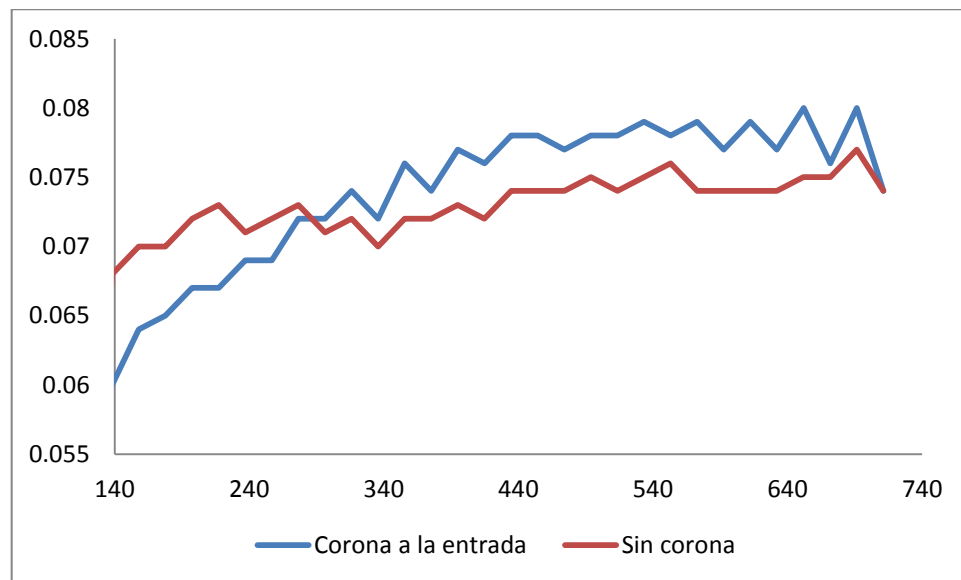


Figura 6.5 Comparación de los perfiles obtenidos lámina con una corona a la entrada del molino y una lámina sin corona a la entrada.

En la Figura 6.5 se observa claramente la influencia de la corona en la lámina a la entrada del molino. En el caso de la lámina a la que no se le aplicó la corona a la entrada, disminuye su espesor pero produce una corona resultante plana.

Mientras que en el caso de la lámina con corona resulta una lámina de menor espesor y de mayor corona, lo que hace descartar esta opción y seleccionar el modelo con la corona a la entrada.

Debido a la incorporación de la lámina al modelo fue necesario hacer modificaciones al mallado. Revisando otros trabajos se observó como se han empleado diversas técnicas de las que sobresalen las siguientes. La Figura 6.1 muestra el mallado utilizado por Linghu [3] en su modelo en el que se busca encontrar la forma de la lámina en un molino 6 high.

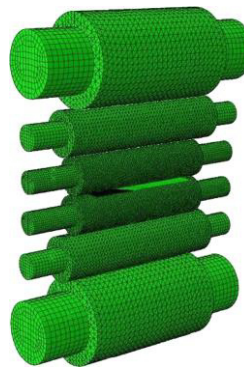


Figura 6.1 Diagrama esquemático del modelo 3D [3].

La Figura 6.2 muestra el mallado utilizado en el modelo desarrollado por Malik.

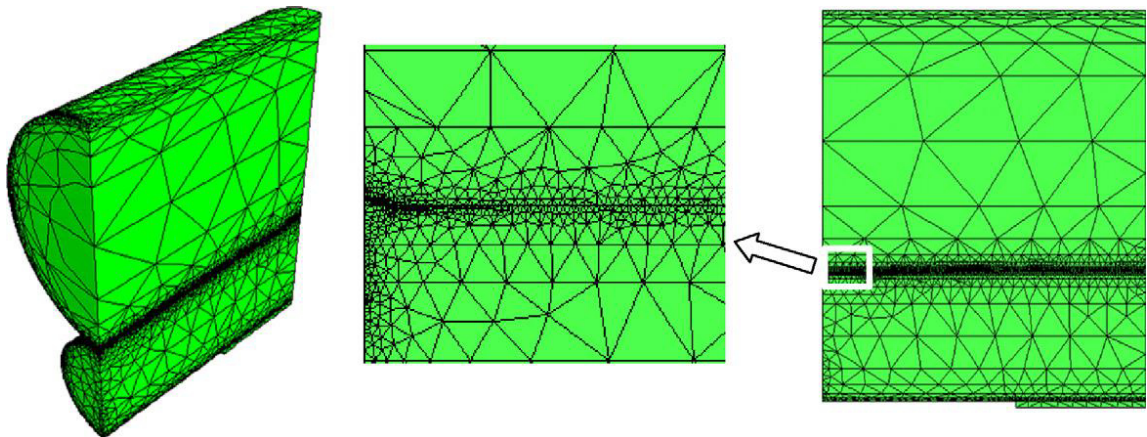


Figura 6.2 Mallado utilizado en un molino 4 high por Malik [5].

En el caso de Linghu [3] se puede observar como la malla de los rodillos de trabajo está compuesta por hexaedros. Además se observa como los

elementos utilizados en el mallado de esta pieza son más pequeños en comparación a los utilizados en otros rodillos. Cabe resaltar que el mallado de los Rodillos Intermedios y Rodillos de Apoyo es a base de elementos tetraédricos, a su vez los elementos de los Rodillos de Apoyo son más grandes que los elementos de los Rodillos Intermedios.

En el caso de Malik [5] se puede observar como la densidad de malla se incrementa en los contactos entre los rodillos, para así tener mayor exactitud en esta parte. Malik por su parte utiliza un mallado compuesto por elementos tetraédricos.

La malla utilizada en esta investigación utiliza características de ambos trabajos. Por una parte utiliza elementos hexaédricos (adecuados para este tipo de análisis) como lo hizo Linghu [3], pero además incrementa la densidad de la malla en la parte exterior del rodillo de trabajo como Malik [5], esto con la finalidad de replicar adecuadamente la interacción entre las piezas y de disminuir el tiempo computacional.

Con el dato de la velocidad de la lámina obtenido de la base de datos fue posible calcular la velocidad de rotación de los Rodillos de Trabajo y los Rodillos de Apoyo. Con el cambio de espesor en el castillo, fue posible establecer la posición inicial de la lámina, situándola a una distancia adecuada para no interferir con la interacción de las piezas y no malgastar el tiempo de computo.

Para la resolución correcta del comportamiento plástico de la lámina Jiang introduce una ecuación tipo Power-law [1]. La obtención de la ecuación en este trabajo se realizó por medio de pruebas de tensión a probetas del material seleccionado. Además de la ecuación obtenida por estas pruebas se hicieron modificaciones a la ecuación multiplicándola por distintos factores (0.1, 0.5, 2 y 10) para así obtener distintas respuestas del modelo y obtener la respuesta del modelo a diferentes materiales.



Como se mencionó anteriormente debido a la complejidad de la malla y al tamaño del elemento usado en el modelo dinámico fue necesario establecer una solución alternativa. Esta solución crear un modelo llamado simplificación estática. En el que se utiliza un arco con un arreglo de resortes en la parte interna. Esta estrategia de usar un arco fue utilizada previamente por Wright para calcular el comportamiento térmico de los rodillos de trabajo [6]. A excepción del trabajo realizado por Wright en esta investigación se le agrego un arreglo de resortes, para representar el aplastamiento del rodillo de trabajo con el arco y la flexión del Rodillo de Trabajo y el soporte del Rodillo de Apoyo con el arreglo de resortes.

Para la aplicación de los resortes el modelo fue necesario establecer un coeficiente de resortes igual en toda la cara interna del arco. Para llegar a esta condición se realizaron diversas pruebas con pequeñas cantidades de resortes, desafortunadamente estos modelos no proporcionaron una respuesta adecuada por lo que estos modelos fueron descartados. En las Figuras 6.6 y 6.7 se muestran dos tipos de arreglos utilizados previamente para encontrar el perfil resultante.

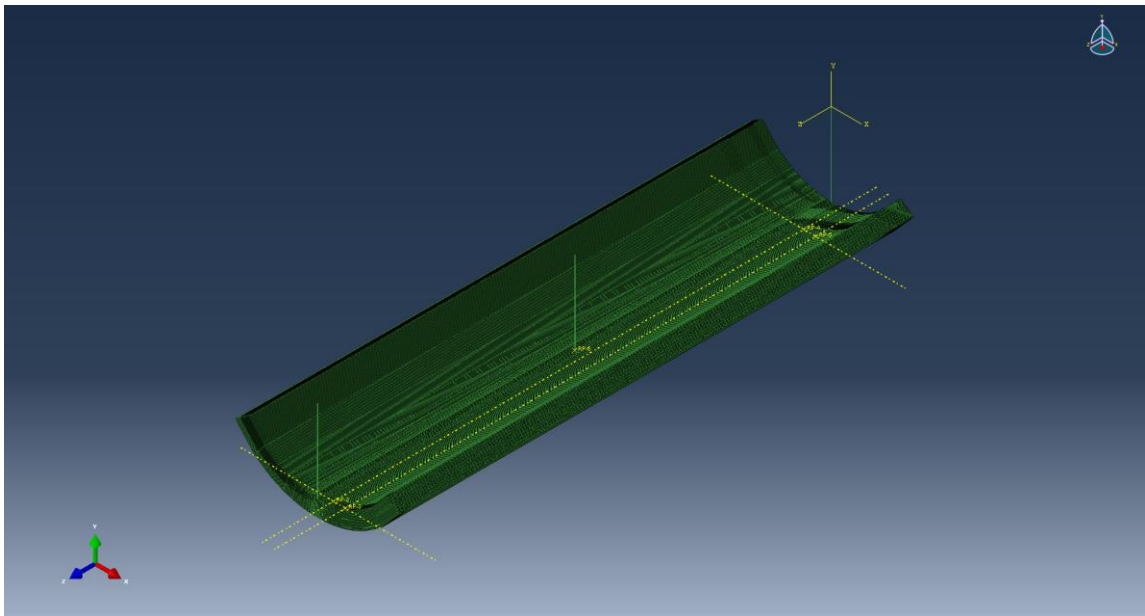


Figura 6.6 Arreglo de tres resortes en la cara interior del arco.

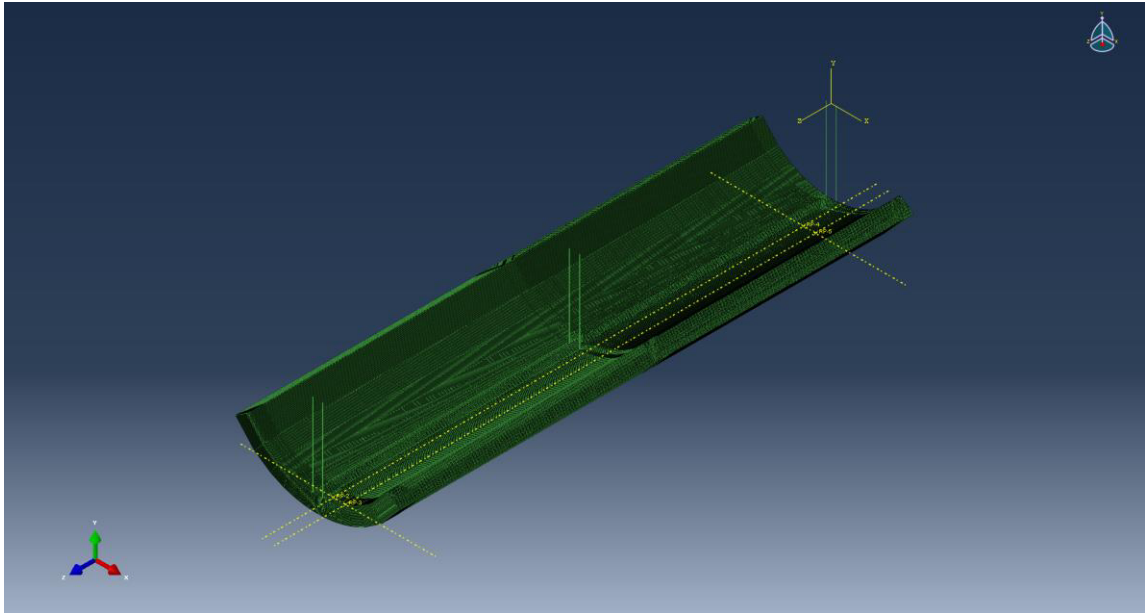


Figura 6.7 Arreglo de seis resortes en la cara interior del arco.

Los resortes también han sido utilizados por Malik, en un modelo de simplificación. En este caso el autor utiliza vigas para reproducir los rodillos y la lámina. En la Figura 6.8 se muestra el arreglo de resortes y vigas realizado por Malik.

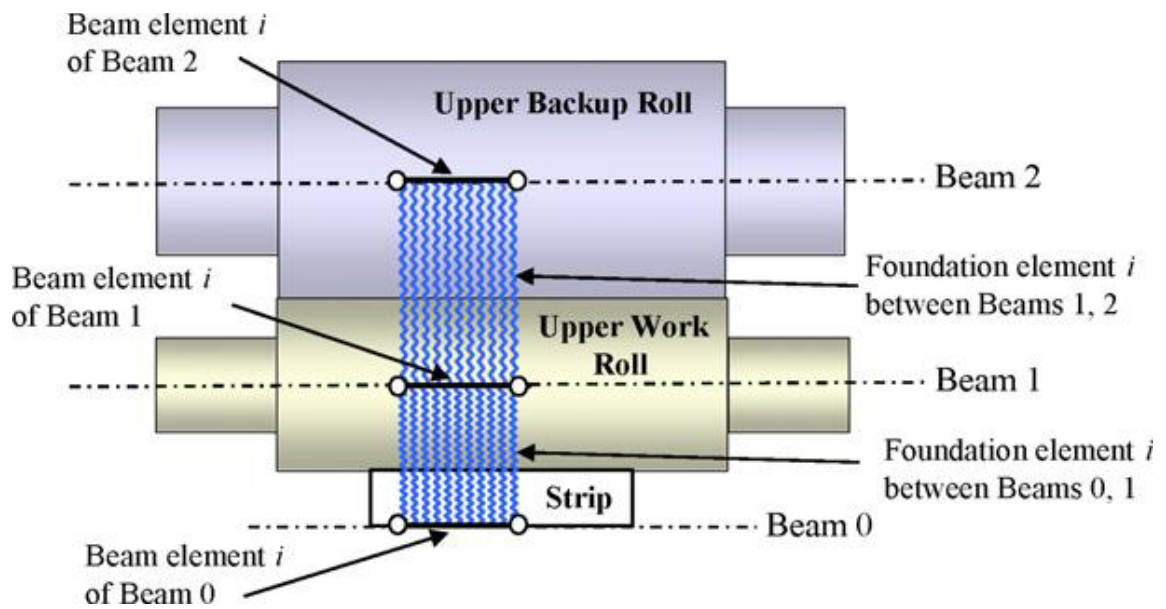


Figura 6.8 Castillo 4 high modelado con vigas y resortes.

Debido a la versatilidad del modelo del arco resorte y a la buena aproximación obtenida con este modelo. Se selecciono esta técnica para reproducir el proceso, esta técnica toma la parte del arco desarrollado por Wright así como los resortes utilizados por Malik. Haciendo una mezcla de ambos trabajos resulta un modelo capaz de reproducir el proceso para productos de diferentes características (ancho, material y espesor). Así mismo estas características del modelo permiten utilizar el modelo para simular el comportamiento elástico del perfil en los castillos restantes.

Para tener una aproximación de la mayoría de los casos procesados en el molino. Se realizó otra clasificación de productos en la que los valores claves de esta fueron: el ancho de lámina, el cambio de espesor y la fuerza por unidad de ancho. Con esta clasificación se pueden reproducir los casos más representativos de los productos del tándem de laminación, con diferente geometría y tipo de acero.

## 7. Conclusiones

---

### 7.1 Modelo Estático

- Con el modelo estático inicial se pudo observar como el tipo de elemento y tamaño de elemento afectan el tiempo computacional y la exactitud del modelo. Al analizar diferentes tipos de mallados, se decidió utilizar un mallado compuesto por hexaedros ya que este mallado con un menor número de elementos es capaz de obtener la respuesta correcta del modelo.
- En el contacto entre las partes que componen el modelo es necesario establecer condiciones de mallado similares, esto debido a que debe haber una congruencia entre el tamaño de los elementos para que los elementos converjan y obtener resultados satisfactorios. Esta condición también fue establecida en el modelo dinámico en el contacto que existe entre el Rodillo de Trabajo y la Lámina.

### 7.2 Modelo Dinámico

- En el análisis del modelo dinámico se evaluaron distintas posibilidades para poder reproducir el proceso sin intervenciones. Se utilizaron cuatro diferentes técnicas (rodillo rígido, placa circular, tubo a través del Rodillo de Trabajo y tubo a través del cuello del Rodillo de Trabajo) de las cuales se seleccionó el modelo con el tubo a través del cuello del Rodillo de Trabajo, ya que este no interfería en la flexión del rodillo de trabajo y por lo tanto con el perfil de laminación.
- El Rodillo de Apoyo es necesario para evitar la generación de imperfecciones en la lámina. Ya que al analizar modelos sin Rodillo de Apoyo se pudo notar que el contacto entre el Rodillo de Trabajo y la

lámina es intermitente provocando una deformación plástica no uniforme en el producto laminado.

- Los elementos interactuando en el contacto entre la lámina y el Rodillo de Trabajo deben ser de menor tamaño que los elementos localizados en el centro y en las orillas del Rodillo de Trabajo. Esta condición para obtener una mejor respuesta del proceso, además de que el espesor de lámina provoca el uso necesario de un tamaño de elemento pequeño. Se necesita utilizar una serie de capas de elementos para poder reproducir la deformación plástica que tiene la lámina durante el proceso. En el centro del rodillo y en la orilla se aplicó otro tamaño de elemento para así disminuir el tiempo computacional.
- La forma de la lámina a la entrada del molino juega una parte muy importante durante el proceso. Ya que la corona resultante se ve visiblemente afectada con la forma a la entrada. En el caso cuando la lámina no cuenta con un perfil de entrada, el perfil resultante tiene una geometría muy plana en el que casi no se observa la corona producida por el molino. Por el contrario, cuando la lámina entra con un perfil de entrada.

### **7.3 Modelo de simplificación estática**

- El modelo de simplificación estática es capaz de replicar correctamente el perfil de laminación obtenido en el proceso de laminación en frío en molino 4-high.
- Se probó que la simplificación estática es una forma alternativa para reproducir el perfil de laminación en un molino frío utilizando un número mínimo de nodos y elementos. Utilizando el arco estático para representar el aplastamiento del rodillo y un arreglo de resortes para recrear la flexión del Rodillo de Trabajo y el soporte del Rodillo de Apoyo.
- Con el uso del modelo simplificado el tiempo computacional cambia de días a minutos, haciendo de la simplificación estática una herramienta conveniente para reproducir el proceso de laminación en frío de forma

rápida. Tanto el modelo dinámico como la simplificación estática se corrieron utilizando los mismos recursos (dos procesadores Intel® Xenon® CPU X5650 @ 2.67 GHz, y 64 GB de RAM).

- El modelo de simplificación estática es capaz de reproducir diferentes productos del molino frío. Debido a su versatilidad para cambiar el ancho utilizado, el cambio de espesor y la fuerza aplicada al modelo. Es por esto que el modelo puede ser utilizado para los productos que pasan por el molino tándem.

## Bibliografía

- [1] G. E. Dieter, Mechanical Metallurgy, Singapore: McGraw-Hill Book Company, 1988.
- [2] J. G. Lenard, Primer on Flat Rolling, Elsevier.
- [3] E. P. DeGarmo, J. Black y R. A. Kosher, Materials and process in Manufacturing, John Wiley & Sons Inc, 2003.
- [4] W. Roberts, Cold Rolling of steel, New York, USA, 1978.
- [5] W. L. Roberts, Hot rolling of steel, Boca Raton, EUA: Taylor & Francis Group, 1983.
- [6] V. B. Ginzburg, Metallurgical Design of Flat Rolled Steels, New York: Marcel Dekker, 2002.
- [7] K. Linghu, Z. Jiang, J. Zhao, F. Li, D. Wei, J. Xu, X. Zhang y X. Zhao, «3D FEM analysis of strip shape during multi-pass rolling in a 6-high CVC cold rolling mill,» *Int J. Adv. Manuf Technol*, vol. 74, pp. 1733-1745, 2014.
- [8] G. Zhang, H. Xiao y C. Wang, «Three-Dimensional Model for Strip Hot Rolling,» *International Journal of Iron and Steel Research*, vol. 13, nº 1, pp. 23-26, 2006.
- [9] Z. Y. Jiang y A. K. Tieu, «Contact mechanics and work roll wear in cold rolling of thin strip,» *Wear*, vol. 263, pp. 1447-1453, 2007.
- [10] Z. Jiang, H. T. Zhu y A. K. Tieu, «Effecto of rolling parameters on cold rolling of thin strip during work roll edge contact,» *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 140, pp. 535-541, 2003.
- [11] A. A. T. P. A. 2002 y A. T. P. A. ABB, Stessometer Measuring Roll QGPM 200 Manual.
- [12] V. B. Ginzburg, Flat-rolled steel processes, Boca Raton, EUA: Taylor & Francis Group, 2009.
- [13] S. Abdelkhalek, «Manifested flatness predictions in thin strip cold rolling,» de *11th. ESAFORM Conference on Material Forming*, Lyon, France, 2008.
- [14] Y. Hai-liang, L. Xiang-hua y L. Gyoo Taek, «Analysis of rolls deflection of Sendzimir mill by 3D FEM,» *Transactions of Nonferrous Metals Society of China*, vol. 17, pp. 600-605, 2007.
- [15] F. Miano y P. Patrizi, «Definition of a New Parameter for Flatness Control in Hot Roling Thin Metal Strip Production,» de *AISTech Conference Proceedings*, 2007.

- [16] V. Ginzburg, High Quality Steel Rolling: Theory and Practice, New York, USA: Marcel Dekker, 1993.
- [17] A. Deshpande y K. Srinivasa, «Computer Analysis for the prediction of a strip profile in cold rolling,» *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 63, pp. 712-717, 1997.
- [18] S. Abdelkhalek, Z. H. P.-F. M, L. N, M. P y B. P, «Coupled and un uncoupled approaches for thin cold rolled strip buckling prediction,» *International Journal of Material Forming*, vol. 2, pp. 833-836, 2009.
- [19] S. Abdelkhalek, P. Montmitonnet, N. Legran y P. Buessler, «Coupled approach for flatness prediction in cold rolling of thin strip,» *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 53, pp. 661-675, 2011.
- [20] Z. Jiang, A. Tieu, X. Zhang, C. Lu y W. Sun, «Finite element simulation of cold rolling of thin strip,» *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 140, pp. 542-547, 2003.
- [21] G. García-Gil y R. Colás, «Calculation of thermal crowning in work rolls from their colling curves,» *International Journal of Machine Tools & Fracture*, vol. 40, pp. 1977-1997, 2000.
- [22] Z. Y. Jiang, H. T. Zhu, D. B. Wei y A. K. Tieu, «An approach to analyse the special rolling of thin strip,» *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 177, pp. 130-133, 2006.
- [23] E. Maksimov, «Experimental Investigation into Kinematical Flatness Criterion and Conditions for the Formation of Shape Defects for Strips in Cold Rolling,» *Russian Journal of Non-Ferrous Metals*, vol. 52, pp. 171-174, 2011.
- [24] X. Shan, H. Liu, C. Jia y J. Sun, «Flatness and Profile Integration Control Model for Tandem Cold Mills,» *Journal of Iron and Steel Research, International*, vol. 19, pp. 31-37, 2012.
- [25] A. Bemporad, D. Bernardini, F. Cuzzola y A. Spinelli, «Optimization-based automatic flatness control in cold tandem rolling,» *Journal of Process Control*, vol. 20, pp. 396-407, 2010.
- [26] D. U. Furrer y S. L. Semiatin, ASM Handbook Volume 22B Metal Process Simulation, Ohio, USA: ASM Intational, 2010.
- [27] O. C. Zienkiwicz y R. L. Taylor, The Finite Element Method, Singapore: McGraw-Hill, 1989.
- [28] D. L. Logan, A First Course in the Finite Element Method, United States: Thomson, 2007.
- [29] W. B. Bickford, Finite Element Method, IRWIN, 1994.



- [30] R. H. Pletcher, J. C. Tannehill y D. A. Anderson, Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer, Washington DC, Estados Unidos: Hemisphere, 1984.
- [31] E. Barkanov, Introduction to the Finite Element Method, Riga: Riga Technical University, 2001.
- [32] «[http://mathforcollege.com/nm/mws/gen/08ode/mws\\_gen\\_ode\\_spe\\_finitedif.pdf](http://mathforcollege.com/nm/mws/gen/08ode/mws_gen_ode_spe_finitedif.pdf),» [En línea]. Available: [http://mathforcollege.com/nm/mws/gen/08ode/mws\\_gen\\_ode\\_spe\\_finitedif.pdf](http://mathforcollege.com/nm/mws/gen/08ode/mws_gen_ode_spe_finitedif.pdf). [Último acceso: 27 10 2015].
- [33] O. J. Zapata Hernandez, *PhD. Tesis Simulación de la evolución Microestructural de aceros al silicio durante su deformación en caliente*, San Nicolas de los Garza, México, 2012.
- [34] G. R. Liu y S. S. Quek, The Finite Element Method, A Practical Course, Oxford, UK: Butterworth-Heinemann, 2013.
- [35] O. C. Zienkiwicz, M. Watson y I. P. King, «Finite Elements in the Solution of Field Problems,» *The Engineer*, pp. 507-510, 1965.
- [36] H. C. Martin, «Finite Element Analysis of Fluid Flows,» de *Proceedings of the Second Conference on Matrix Methods in Structural Mechanics*, Ohio, 1968.
- [37] E. L. Wilson y R. E. Nickel, «Application of the Finite Element Method to Heat Conduction Analysis,» *Nuclear Engineering and Design*, vol. 4, pp. 276-268, 1966.
- [38] O. C. Zienkiewicz, J. Lyness y D. R. J. Owen, «Three-Dimensional Magnetic Field Determination Using a Scalar Potencial--A Finite Element Solution,» *IEEE Transactions on Magnetics*, Vols. 13 de 13, nº 5, pp. 1649-1656, 1977.
- [39] C. V. Girijavallabhan y L. C. Reese, «Finite-Element Method for Problems in Soil Mechanics,» *Journal of Soil Mechanics & Foundations Div*, vol. 94, nº SM2, pp. 473-496, 1968.
- [40] C. Young y M. Crocker, «Transmission Loss by Finite-Element Method,» *Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 57, nº 1, pp. 144-148, 1975.
- [41] P. P. Silvester y R. L. Ferrari, Finite elements for electrical engineers, New York, USA: Press Syndicate of the University of Cambridge, 1983.
- [42] T. R. Chandupatla y A. D. Belegundu, Introducción al estudio del elemento finito en ingeniería, México: Prentice-Hall, 1999.

- [43] S. Kobayashi, S.-i. Oh y T. Altan, Metal Forming and the Finite-Element Method, USA: Oxford University Press, Inc., 1989.
- [44] H. S. Mehta y S. Kobayashi, «Finite Element Analysis and Experimental Investigation of Sheet Metal Stretching,» *Journal of Engineering for Industry*, pp. 874-880, 1973.
- [45] R. Hill, Mathematical Theory of Plasticity, Londres: Oxford University Press, 1950.
- [46] S. X. Zhou, «An integrated model for hot rolling of steel strips,» *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 134, pp. 338-351, 2003.
- [47] M. Salimi y M. R. Forouzan, «Determination of bending actuators set points to control crown and flatness in hot rolling of strip,» *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 125.126, pp. 670-677, 2002.
- [48] A. R. Shahani, S. Setayeshi, S. A. Nodamaie, M. A. Asadi y S. Rezaie, «Prediction of influence parameters on the hot rolling process using finite element method and neural network,» *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 209, pp. 1920-1935, 2009.
- [49] D. Fei y P. Hodgson, «Experimental and numerical studies of springback in air v-bending process for cold rolled TRIP steels,» *Nuclear Engineering and Design*, vol. 236, pp. 1847-1851, 2006.
- [50] L. Xiang-hua, S. Xu, L. Shan-qing, X. Jian-yong y W. Guo-dong, «FEM Analysis of Rolling Pressure Along Strip Width in Cold Rolling Process,» *Journal of Iron and Steel Research, International*, vol. 5, nº 14, pp. 22-26, 2007.
- [51] J. -C. Lee, H.-K. Seok y J.-Y. Suh, «Microstructural evolutions of the Al strip prepared by cold rolling and continuous equal channel angular pressing,» *Acta Materialia*, vol. 50, pp. 4005-4019, 2002.
- [52] W. J. Kim, S. J. Yoo y J. B. Lee, «Microstructure and mechanical properties of pure Ti processed by high-ratio differential speed rolling at room temperature,» *Scripta Materialia*, vol. 62, pp. 451-454, 2010.
- [53] Z. Jian, A. Tieu, X. Zhang, C. Lu y W. Sun, «Finite element simulation of cold rolling of thin strip,» *Journal of Materials Processing*, vol. 140, nº 1-3, pp. 542-547, 2003.
- [54] S. Abdelkhalek, P. Montmitonnet y L. N, «Coupled approach for flatness prediction in cold rolling of thin strip,» *International Journal of Mechanical Science*, vol. 53, nº 9, pp. 661-675, 2011.
- [55] K. Linghu, Z. Jiang y J. Zhao, «3D FEM analysis of strip shape during multi-pass rolling in a 6-

high CVC cold rolling mill,» *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 74, nº 9-12, pp. 1733-1745, 2014.

- [56] A. Malik y R. Grandhi, «A computational method to predict strip profile in rolling mills,» *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 206, nº 1-3, pp. 263-274, 2008.
- [57] R. Nakhoul, P. Montmitonnet y N. Legrand, «Manifested flatness defect prediction in cold rolling of thin strip,» *International Journal of Material Forming*, vol. 8, nº 2, pp. 283-292, 2014.
- [58] Z. Wustaowski, *Fundamentals of rolling*, Poland: Pergamon Press, 1969.
- [59] R. Nakhoul, P. Montmitonnet y N. Legrand, «Manifested flatness defect prediction in cold rolling of thin strips,» *International Journal of Material Forming*, vol. 8, pp. 283-292, 2014.
- [60] X. Liu, X. Shi, S. Li, J. Xu y G. Wang, «FEM Analysis of Rolling Pressure Along Strip Width in Cold Rolling Process,» *Journal of Iron and Steel Research, International*, vol. 14, pp. 22-26, 2007.
- [61] A. Malik y R. Grandhi, «A computational method to predict strip profile in rolling mills,» *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 206, pp. 263-274, 2008.
- [62] B. Wright, PhD. Thesis *Thermal Behaviour of Work Rolls in the Hot Mill Rolling Process*, Cardiff University, 2012.
- [63] H. Maleki, S. Bagherzadeh, B. Mollaei-Darini y K. Abrinia, «Analysis of Bonding Behavior and Critical Reduction of Two-Layer Strips in Clad Cold Rolling Process,» *Journal of Materials Engineering and Performance*, vol. 22, pp. 917-925, 2012.